

I. megoldás. A kör és a négyzet tengelyes szimmetriája miatt az érintési pontban az érintőre állított merőleges egyenes mindkét idomnak szimmetriatengelye (1. ábra). A kör O középpontja rajta van a szimmetriatengelyen. A négyzet AB oldala a körnek húrja. Legyen $AB = 2d$, az AB oldal távolsága a kör középpontjától x . Az OFB derékszögű háromszögből: $d = \sqrt{1 - x^2}$, $AB = BC$ miatt $2d = 1 + x$.

Innen $5x^2 + 2x - 3 = 0$ és $x = \frac{3}{5}$ (csak a pozitív gyököt kell figyelembe vennünk). A négyzet oldala pedig $\frac{8}{5}$ egység. A feladatnak egyetlen megoldása van, amit könnyen meg tudunk szerkeszteni.

Kovács Péter (Tatabánya, Árpád Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. A keresett négyzet megszerkeszthető számolás nélkül is. Vegyünk fel a körön egy tetszőleges E pontot, és szerkesszünk az E pontban érintőt a körhöz.

A kör O középpontján és az E érintési ponton át húzunk egy egyenest (2. ábra). Rajzoljunk ezután egy olyan négyzetet, amelynek az EO egyenes szimmetriatengelye és két szomszédos csúcsa az érintőn van: legyen ez az $ABCD$. Ezt a négyzetet nagyítsuk (vagy kicsinyítsük) az E középpontból úgy, hogy az A és B csúcs a körre kerüljön. Az A' pont az EA egyenes és a kör metszéspontja, a B' pont pedig az EB egyenes és a kör metszéspontja. $A'B'$ lesz a keresett négyzet oldala. Az $ABCD$ és $A'B'C'D'$ idomok hasonlóságából következik, hogy $A'B'C'D'$ is négyzet, és eleget tesz a feltételnek. A feladatnak csak egy megoldása van (egy egyenes legfeljebb 2 pontban metszheti a kört, az egyik az E , a másik az A' , illetve B').

Meg kell még határozni a négyzet oldalának hosszát. Jelölje x a négyzet oldalának felét, pl. $A'F' = x$. Ekkor $OF' = 2x - 1$, mert $OE = 1$. $A'O = 1$, mert sugár. Így az $A'F'O$ háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt, azt kapjuk, hogy $1 = x^2 + (2x - 1)^2$, ez pedig $5x^2 - 4x = 0$ alakra hozható. Ebből $x = \frac{4}{5}$, ami a négyzet oldalának a fele, tehát a négyzet oldalának hossza $\frac{8}{5}$.

Csató György (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 10. o.t.) megoldása alapján

Megjegyzés. Használjuk az 1. ábra jelöléseit. A feladat szerkesztési része úgy is megoldható, hogy a négyzetből indulunk ki, és ehhez szerkesszünk olyan kört, amely átmegy az A , a B , valamint az E pontokon (alapszerkesztés). A kész ábrát akkorára kicsinyítjük vagy nagyítjuk, hogy a kör sugara egységnyi hosszúságú legyen. A négyzet oldalát ezután a második megoldás módszerét használva számíthatjuk ki.

Fried Katalin

