

Állítsunk az  $a, b, c, d$  egyenesek mindegyikére egy-egy merőleges síkot; ekkor a négy sík,  $S_a, S_b, S_c$  és  $S_d$  egy  $T$  tetraédert határol. Legyen  $T$ -nek az  $S_a$ -val szemközti csúcsa  $A$ , az  $S_b$ -vel szemközti csúcsa  $B$ , az  $S_c$ -vel szemközti csúcsa  $C$ , az  $S_d$ -vel szemközti csúcsa pedig  $D$ .

Ekkor  $T$  élei párhuzamosak az eredeti négy egyenes páronkénti normáltranszverzálisaival, mert pl.  $AB$  benne van az  $S_c$  és az  $S_d$  síkokban is, ezért  $c$ -re is és  $d$ -re is merőleges. Feltételeink szerint ekkor  $T$  szemközti élpárjai közül  $CD$  merőleges  $AB$ -re és  $BD$  merőleges  $AC$ -re. Azt kell megmutatnunk, hogy ekkor  $BC$  is merőleges  $AD$ -re.

Legyen  $\vec{DA} = \mathbf{a}$ ,  $\vec{DB} = \mathbf{b}$  és  $\vec{DC} = \mathbf{c}$ . Tudjuk, hogy két vektor pontosan akkor merőleges, ha skaláris szorzatuk 0. Tehát  $\vec{DC} \cdot \vec{AB} = 0$  és  $\vec{DB} \cdot \vec{AC} = 0$ , vagyis

$$\mathbf{c}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) = 0 \quad \text{és} \quad \mathbf{b}(\mathbf{c} - \mathbf{a}) = 0.$$

A két egyenletet egymásból kivonva kapjuk, hogy

$$\mathbf{ab} - \mathbf{ac} = 0, \quad \text{azaz} \quad \mathbf{a}(\mathbf{b} - \mathbf{c}) = 0.$$

A  $BC$  és a  $DA$  élek tehát valóban merőlegesek.

*Gueth Krisztián* (Szombathely, Kanizsai D. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

