Oldjuk meg általánosabban a feladatot, 23 helyett n csapatra, ahol n páratlan szám. Jelöljünk minden csapatot egy-egy ponttal. Két csapat mérkőzése után mutasson nyíl a vesztes csapattól a győztesig. (Ekkor egy n szögpontú irányított teljes gráfot kapunk, mivel a feladat szempontjából feltehető, hogy sohasem született döntetlen eredmény.)

Ha az A, B és C csapatok körbeverték egymást, – ez kétféleképpen lehetséges –, akkor az ABC háromszöget irányítottnak nevezzük. Egyébként a háromszög nem irányított.

Adjunk becslést a nem irányított háromszögek számára.

Minden nem irányított háromszögben van pontosan egy csúcs úgy, hogy az ezzel ábrázolt csapat a másik kettőt megverte. A nem irányított háromszögeket eszerint a „győztes" csúcs szerint számoljuk össze.

Jelöljük a csapatokat az A_1, A_2, $\ldots$, A_n pontokkal, és jelölje az A_i győzelmeinek számát d_i. Mivel a körmérkőzés során összesen $\binom{n}{2}$ találkozó volt, $\sum\limits_{i=1}^{n} d_i = \dfrac{n(n-1)}{2}$. Ekkor az A_i csúcshoz $\binom{d_i}{2}$ nem irányított háromszög tartozik, hiszen az általa legyőzött csapatokból kell kiválasztani kettőt.

Így az összes nem irányított háromszögek száma: $\sum\limits_{i=1}^{n} \binom{d_i}{2}$.

A számtani és a négyzetes közép közötti egyenlőtlenség szerint:

$$\sum_{i=1}^{n} \binom{d_i}{2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i = \frac{1}{2}n\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} d_i^2}{n} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i \geq \frac{1}{2}n\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} d_i}{n}\right)^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i =$$

$$= \frac{1}{2}n\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^3-4n^2+3n}{8}.$$

Állhat-e itt egyenlőség? Igen, ha meg tudunk adni olyan irányított teljes gráfot, amelyre

$$d_1 = d_2 = \cdots = d_n = \frac{n-1}{2}.$$

Legyen $n = 2k+1$. Ekkor egy lehetséges konstrukció a következő:

ha $1 \leq i < j \leq 2k+1$ és $j-i$ nagyobb, mint k, akkor A_j győzte le A_i-t, különben pedig A_i győzte le A_j-t. Könnyen ellenőrizhető, hogy ekkor valóban

$$d_1 = d_2 = \cdots = d_n = \frac{n-1}{2}.$$

Mivel összesen $\binom{n}{3}$ háromszög van, azért az irányított háromszögek száma esetünkben

$$\binom{n}{3} - \frac{n^3-4n^2+3n}{8} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} - \frac{n^3-4n^2+3n}{8} = \frac{n^3-n}{24}.$$

Az $n = 23$ esetén ez 506, tehát legfeljebb 506 körbeverés történhetett a bajnokság során.

Juhász András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján