

Megmutatjuk, hogy a feladat kérdésére a válasz tagadó. Tegyük fel, hogy vannak olyan egész  $a, b, c$  számok, hogy mindkét egyenletnek két-két egész gyöke van: az első egyenlet egész gyökei  $x_1 \neq x_2$ , a másodiké  $y_1 \neq y_2$ . A gyökök és együtthatók összefüggése szerint

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{és} \quad y_1 + y_2 = -\frac{b+1}{a+1}; \quad y_1 y_2 = \frac{c+1}{a+1}.$$

Mivel az összegek és szorzatok is egész számok, így, ha  $a$  páros, akkor  $b$  és  $c$  is páros kell legyen, ha viszont  $a$  páratlan, akkor  $(a+1)$  páros, tehát  $(b+1)$  és  $(c+1)$  is páros, azaz  $b$  és  $c$  is páratlan. Így két eset lehetséges:

a)  $a, b, c$  mind párosak.

Ekkor a második egyenlet  $y_1$  (egész) gyökére teljesül, hogy

$$(a+1)y_1^2 + (b+1)y_1 = -(c+1).$$

A jobb oldalon páratlan szám áll. A bal oldal viszont az  $y_1$  paritásától függetlenül mindig páros, ez pedig ellentmondás.

b)  $a, b, c$  mind páratlanok.

Ekkor az első egyenlet  $x_1$  (egész) gyökére

$$ax_1^2 + bx_1 = -c.$$

A jobb oldal most is páratlan, míg a bal mindig páros. Tehát a b) eset sem lehetséges.

*Hablicsek Márton* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 7. o.t.) *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Kísérl. Gimn., 10. o.t.)