

**I. megoldás.** Tekintsünk egy 2 egység élű  $ABCD$  szabályos tetraédert. Legyen az élek felezőpontja  $E, F, G, H, I, J$  (1. ábra). Az  $AEFG$  tetraéder például az  $ABCD$ -nek  $A$  pontból történő  $1 : 2$  arányú kicsinyítése, ezért szabályos, és élei egységnyiek. Hasonlóan kaphatók a  $B, C$  és  $D$  csúcsú kicsinyített tetraéderek. Könnyen belátható, hogy  $EFGHIJ$  egy egységnyi élű szabályos oktaéder. Élei ugyanis mind egységnyiek, mind a 8 lapja szabályos háromszög, tehát élszögei egyenlők és lapszögei is egyenlők, mert mindegyikük a szabályos tetraéder lapszögének kiegészítő szöge.

Így a 2 egység élű szabályos tetraédert 4 szabályos tetraéderre és egy szabályos oktaéderre daraboltuk fel. Megfordítva, az is igaz, hogy 4 egybevágó szabályos tetraéderből és egy velük egyező élű szabályos oktaéderből egy kétszer akkora élű szabályos tetraéder rakható össze.

A **Gy. 3221.** (KöMaL 1999/3. szám, 151. oldal) gyakorlatban bebizonyítottuk, hogy 6 egybevágó szabályos oktaéderből és 8 velük egyező élű szabályos tetraéderből össze lehet rakni egy kétszer akkora élű szabályos oktaédert.

Ezután a feladat állítását a következőképpen igazolhatjuk. Rakjunk össze szabályos tetraéderekből és oktaéderekből kétszer akkora élű tetraédereket és oktaédereket. Ezt folytatva négyszer, nyolcszor, ... akkora élű, tehát tetszőlegesen nagy élű szabályos oktaéder építhető.

*Horváth László* (Csurgó, Nagyváthy Középiskola, 11. o.t.) és *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. o.t.)

dolgozata alapján

**II. megoldás.** Illesszünk össze két szabályos oktaédert úgy, hogy egyik élük közös, és a 2. ábrán  $A_1$ -gyel, illetve  $B_1$ -gyel jelölt csúcsok távolsága éppen az élhossz legyen. Az elhelyezés révén  $A_1A_2 \parallel B_1B_2 \parallel C_1C_2$ , ezért az  $A_1A_2B_2$  háromszög és a  $B_1B_2C_2$  háromszög egy síkban van. Ugyanebben a síkban van az  $A_1B_1B_2$  háromszög is. Hasonló mondható az  $A_1B_1B_3$  háromszögről, ez az  $A_1A_3B_3$  és a  $B_1B_3C_3$  háromszögekkel van egy síkban. Ebből következik, hogy az  $A_1B_1B_2B_3$  tetraéder szabályos, és illeszkedik két szabályos oktaéderhez.

Hasonlóan helyezkedik el a két oktaéder között az  $A_4B_2B_3B_4$  szabályos tetraéder. Így az oktaéderek közötti „résekbe” szabályos tetraédereket illeszthetünk, amit vég nélkül folytatva egy végtelen hasáb jön létre. A hasábot egy, az  $A_1B_1$ -re merőleges sík rombuszban metszi. Mivel a metsző sík hézag és átfedés nélkül lefedhető ilyen rombuszokkal, a tér is kitölthető hézag és átfedés nélkül a szóban forgó végtelen hasábokkal.

*Ambrus Gergely* (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. o.t.) és *Venter György* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

dolgozata alapján

