A feladatot 3 pozitív valós szám helyett $n>2$ pozitív valós számra oldjuk meg.

a) Ha $x_1+x_2+\dots+x_n\ge n$, akkor nem mindig igaz, hogy $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}\le n$, erre példa az $x_1=\frac{1}{n}$, $x_2=x_3=\dots=x_n=2$ választás, amikor a számok és reciprokaik összege is nagyobb, mint n.

b) Belátjuk, hogy ha $x_1+x_2+\dots+x_n\le n$, akkor $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}\ge n$.

Tegyük fel, hogy mégis vannak olyan $x_1,\ \dots,\ x_n$ pozitív valós számok, amelyekre $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}<n$. Ekkor

$$(x_1+x_2+\dots+x_n)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}\right)<n^2$$

lenne. Az egyenlőtlenség bal oldalán az n^2 darab szorzást elvégezve:

$$\underbrace{\frac{x_1}{x_1}+\frac{x_2}{x_2}+\dots+\frac{x_n}{x_n}}_{n\text{ darab}}+\underbrace{\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)+\left(\frac{x_1}{x_3}+\frac{x_3}{x_1}\right)+\dots+\left(\frac{x_{n-1}}{x_n}+\frac{x_n}{x_{n-1}}\right)}_{\frac{n^2-n}{2}\text{ darab}}\ge n+\frac{n^2-n}{2}\cdot 2=n^2,$$

hiszen ismeretes, hogy ha a és b pozitív valós számok, akkor $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2$.

Ellentmondásra jutottunk, a *b)* rész állítása tehát igaz.

Harangi Viktor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.) és *Darabos József* (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., 10. o.t.) megoldásai alapján