

Jelöljük az adott kör középpontját  $O$ -val, sugarát pedig  $r$ -rel. Egy, a körön kívül elhelyezkedő  $P$  pontnak a körtől való távolsága a definícióból következően ekkor  $PO - r$  (1. ábra). Egy  $P$  pontnak és az adott négyzetnek a távolságát bonyolultabb meghatározni. A négyzet oldalegyenesei a síkot 9 részre osztják. A négyzet belsején kívül 4 olyan síkrész van (a 2. ábrán az I–IV. jelűek), amelyeknek a négyzettel csak egy közös pontja van, 4 síkrész pedig (az V–VIII. jelűek) egy-egy oldallal csatlakozik a négyzethez. Az első típusú síkrészekben lévő  $P$  esetén  $P$ -nek a megfelelő négyzetsúctól való távolsága a keresett távolság, a második típusú síkrészben pedig  $P$ -nek a megfelelő oldaltól való távolsága.

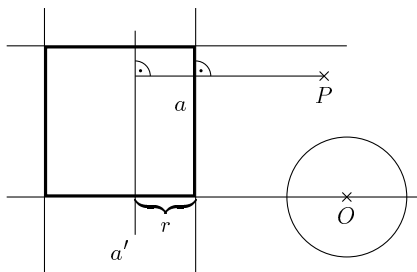
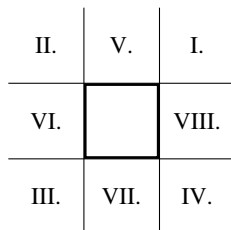
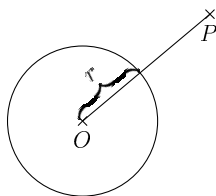
Ha az  $A$  négyzetsúctához tartozó síkrészben lévő  $P$  pont egyenlő távol van a körtől és a négyzettől, akkor az eddigiekből következően  $PO - r = PA$ , vagyis  $PO - PA = r$ . Tehát  $P$  rajta van egy  $O$  és  $A$  fókuszú hiperbolának az  $A$ -hoz közelebbi ágán. Megfordítva, ennek a hiperbolaágnak mindegyik az  $A$ -hoz tartozó síkrészben lévő  $H$  pontjára teljesül, hogy  $HA = HO - r$ , vagyis  $H$  egyenlő távolságra van a körtől és a négyzettől.

Ha a négyzet  $a$  oldalához tartozó síkrészben keressük a megfelelő  $P$  pontokat, akkor  $PO - r = d(P, a)$ , ahol  $d(P, a)$  jelöli  $P$  és  $a$  távolságát. Legyen  $a'$  az az  $a$ -val párhuzamos, tőle  $r$  távolságra lévő egyenes, amit  $a$  elválaszt  $P$ -től (3. ábra). Ekkor  $d(P, a') = d(P, a) = d(P, a) + r$ , vagyis ha  $P$  megfelelő pont, akkor  $PO = d(P, a')$ , tehát  $P$  rajta van egy  $O$  fókuszú,  $a'$  vezéregyenesű parabolán. Megfordítva, ennek a parabolának minden olyan pontja, amelyik az  $a$ -hoz tartozó síkrészben van, nyilván egyenlő távolságra van a körtől és a négyzettől.

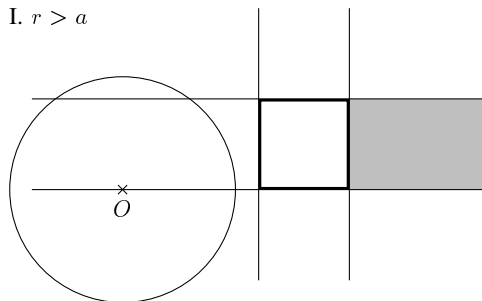
A keresett ponthalmaz tehát egy parabola- és hiperbolaívvekből álló görbe. Ha  $r$  nagyobb, mint a négyzet oldala, akkor a 8 lehetséges síkrész közül csak egyben (a 4. ábrán satírozott részben) nincs pont, minden itteni pont nyilván közelebb van a négyzethez, mint a körhöz. A keresett görbe az 5. ábrán látható. Ha  $r$  nem nagyobb, mint a négyzet oldala, akkor a 8 síkrész közül háromban (a 6. ábrán satírozott részekben) nincs pontja a görbének, mert az ábrán jelölt szögek tompaszögek, ezért a síkrészek minden pontja közelebb van a négyzethez, mint a körhöz. A keresett görbe a 7. ábrán látható.

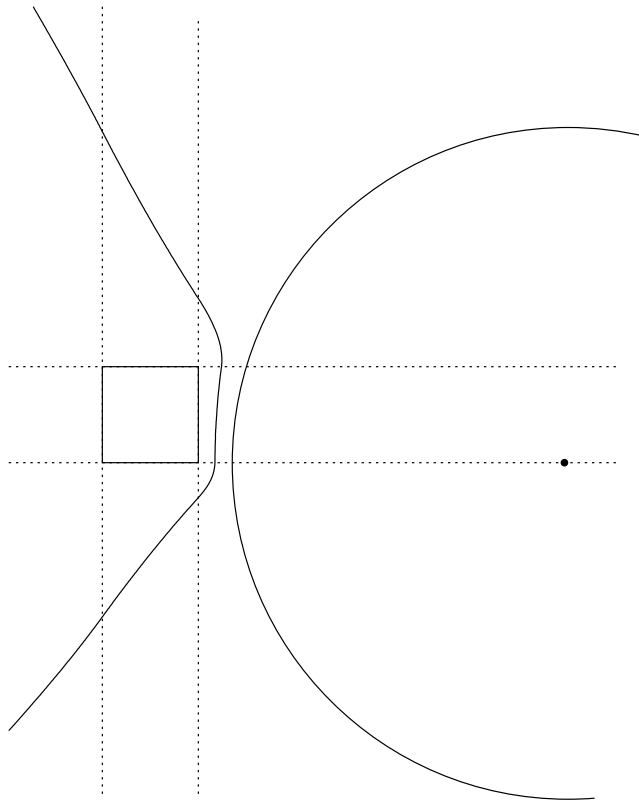
*Papp Dávid* (Budapest, Szent István Gimn., 11. o.t.) és *Venter György* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

dolgozatai alapján

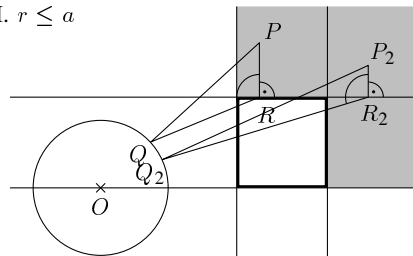


I.  $r > a$





II.  $r \leq a$



$$\angle PRQ > 90^\circ, \quad \angle P_2R_2Q_2 > 90^\circ$$

( $r = a$  esetben a szögek  $90^\circ$ -osak,  
 ekkor is az átfogó nagyobb, mint a befogó)

