Az $ABCD$ trapéz AB oldala átmérő. Rajzoljuk be az EFG egyenlő szárú háromszöget, amelyben $GF \parallel AB$ és $GE \parallel BC$ (*1. ábra*), D vetülete az átmérőn P. Tegyük fel először, hogy a G pont az AB átmérő „fölötti" nyitott íven van (az A és B pontokat nem számítjuk hozzá az ívhez). Mivel a háromszög egyenlő szárú, a GT szögfelező párhuzamos lesz DP-vel és átmegy a kör O középpontján, ezért GT a két alakzat közös szimmetriatengelye. Így EF párhuzamos lesz AB-vel, amiért az A, E és F csúcsoknál lévő α-val jelölt szögek egyenlők. Felhasználva, hogy $ADB\sphericalangle = 90°$, a merőleges szárú szögekre vonatkozó tétel révén $BDP\sphericalangle = DAP\sphericalangle = \alpha$, és így $BDP\triangle \sim GET\triangle$.

Megmutatjuk, hogy ez a két háromszög egybevágó. A GE húr az F pontból α szögben látszik, és ugyancsak α szögben látjuk a BD húrt A-ból. Ezért $GE = BD$, ami már elegendő az egybevágósághoz. A $DPBQ$ téglalap egyenlő területű a trapézzal, területe a BDP háromszög területének kétszerese, és ugyanez vonatkozik az EFG háromszögre. Tehát a két alakzat területe egyenlő.

Hasonló a megoldás, ha G az AB átmérő „alatti" nyitott AB íven van. Ekkor G szerepét az *1. ábrán* G'-vel jelölt pont veszi át. Végül megemlítjük, hogy a párhuzamosság fogalmát szigorúan véve (két egyenes párhuzamos, ha egy síkban vannak és nincs közös pontjuk), G nem eshet egybe A-val vagy B-vel, mert akkor nem teljesülne a háromszög-szárak és a trapéz-szárak párhuzamossága (lásd még a megjegyzést).

Hablicsek Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 7. o.t.)

Megjegyzés. Győző Miklós (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) Megmutatta, hogy a feladat állítása a párhuzamosság vektoroknál szokásos tágabb értelmezése esetén nem teljesül. Legyen ugyanis $ABCDEFGH$ egy szabályos nyolcszög (*2. ábra*). Ennek szemközti oldalai párhuzamosak, tehát $GH \parallel DC$. Az $FDCG$ trapéz és a GHF egyenlő szárú háromszög megfelel a feltételeknek (ha az egy egyenesbe eső oldalakat is párhuzamosnak tekintjük), területük mégsem egyenlő.