I. megoldás. Minden félénknek a definíció szerint legfeljebb, a feltételezés szerint pedig legalább 3 ismerőse van. Ez azt jelenti, hogy minden félénknek pontosan 3 ismerőse van. A feltevés szerint ezek az ismerősök félénkek, tehát félénk embernek nincs nem félénk ismerőse. Mivel a feltevés szerint mindenkinek van félénk ismerőse, és az ismeretség kölcsönös, ezért mindenki félénk. Ezzel az első állítást beláttuk.

Egy ilyen n tagú társaságban az ismeretségek száma $\frac{3n}{2}$. Mivel ez egész szám, n csak páros lehet. A társaságban legalább négyen vannak, különben nem lehetne egy embernek 3 ismerőse. Megmutatjuk, hogy minden $n \geq 4$ páros szám megfelelő. Állítsuk ehhez az embereket egy szabályos n szög csúcsaiba. Mindenki ismerje a két szomszédos csúcsban lévő embert, és a vele szemközti csúcsban levőt, a többieket pedig ne. Ez a társaság nyilván megfelel a feladat feltételeinek. Ezzel beláttuk, hogy a társaság tagjainak a száma páros és legalább 4.

Takács Marcella (Székesfehérvár, József A. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. a) Legyen a társaság n tagú. Tagonként számlálva a félénk ismerősöket, az n tag összesen legalább $3n$ félénket ismer. Mivel egy félénket legfeljebb 3 tag ismerhet, félénk tagokat legfeljebb 3-szor számoltunk meg. Így legalább $\frac{3n}{3} = n$ félénk van, ami azt jelenti, hogy mindenki félénk.

b) Mindenki 3 tagot ismer, így az egyikük ismerőseivel együtt legalább 4-en vannak. Ezért $n \geq 4$. Mivel mindenki pontosan 3 tagot ismer, és az ismeretség kölcsönös, az ismeretségek száma: $\frac{3n}{2}$, tehát az n értéke páros.

Megadunk egy konstrukciót olyan n-re, amelyre $2 \mid n$ és $n \geq 4$. Az ábrán látható gráfokban a csúcsok a tagokat, az élek pedig az ismeretségeket jelképezik:

Varjú Péter (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. o.t.)

Megjegyzés. Harangi Viktor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.) a félénkség definíciójában szereplő értéket 3-ról m-re általánosítva is megoldotta a feladatot. Az I. megoldáshoz hasonló módon igazolva, hogy az adott feltételek esetén mindenki félénk, megmutatta, hogy ha az m páros szám, akkor minden $n \geq m+1$ számra létezik a megfelelő n-tagú társaság, ha pedig az m páratlan – mint a feladatban – akkor ezen kívül még az is szükséges, hogy az n páros legyen.