

Legyenek  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \leq 1$  számok. Bizonyítsuk be, hogy

$$(1) \quad \sum_{i=1}^n (2i-1)a_i < n \left( \sum_{i=1}^n a_i^2 \right) + \frac{n^2}{3}.$$