I. megoldás. A képlet szerint a sorozat minden tagja nagyobb az előzőnél, tehát a sorozat pozitív tagú és monoton növekedő.

Szorozzuk be a k-adik tagot $(k-1)$-gyel, majd a $(k-1)$-ediket $(k-2)$-vel ($k>2$ egész):

$$(k-1)a_k=(k+1)(a_1+\dots+a_{k-1}) \tag{1}$$

$$(k-2)a_{k-1}=k(a_1+\dots+a_{k-2}).$$

Itt adjunk mindkét oldalhoz $k\cdot a_{k-1}$-et:

$$(2k-2)a_{k-1}=k(a_1+\dots+a_{k-1}). \tag{2}$$

(2)-t eloszthatjuk (1)-gyel (hiszen a_k is, $a_1+\dots+a_{k-1}$ is pozitív):

$$2\cdot\frac{a_{k-1}}{a_k}=\frac{k}{k+1}. \tag{3}$$

(3)-at felírva $k=n$, $n-1$, ..., 3-ra, sőt 2-re is (ami $a_2=3a_1$ miatt szintén teljesül), majd összeszorozva kapjuk, hogy

$$2\frac{a_{n-1}}{a_n}\cdot 2\frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}\cdot 2\frac{a_{n-3}}{a_{n-2}}\cdot\dots\cdot 2\frac{a_2}{a_3}\cdot 2\frac{a_1}{a_2}=\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-2}{n-1}\cdot\dots\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3},$$

azaz

$$2^{n-1}\frac{a_1}{a_n}=\frac{2}{n+1},$$

tehát $a_n=(n+1)2^{n-2}$, $a_{1998}=1999\cdot 2^{1996}$.

II. megoldás. A sorozat első néhány elemét kiszámítva, $a_1=1$, $a_2=3$, $a_3=8$, $a_4=20$, sejthető, hogy $a_n=(n+1)2^{n-2}$, ha $n\ge 2$. Lássuk ezt be teljes indukcióval. Kiszámolhatjuk, hogy teljesül $n=2$, 3, 4-re. Tegyük fel, hogy valamely $n(>4)$ egészre $a_n=(n+1)2^{n-2}$, és bizonyítsuk be, hogy ekkor $(n+1)$-re is teljesül, azaz $a_{n+1}=(n+2)2^{n-1}$. Mivel $a_n=\dfrac{n+1}{n-1}(a_1+\dots+a_{n-1})=(n+1)2^{n-2}$, így $a_1+\dots+a_{n-1}=(n-1)\cdot 2^{n-2}$, tehát

$$a_{n+1}=\frac{n+2}{n}(a_1+\dots+a_n)=\frac{n+2}{n}\left((n-1)2^{n-2}+(n+1)2^{n-2}\right)==\frac{n+2}{n}\cdot 2\cdot n\cdot 2^{n-2}=(n+2)2^{n-1},$$

amint azt bizonyítani akartuk.

Deli Lajos (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 10. o.t.) megoldásai alapján