

Jelöljük a hasáb csúcsait az *ábrán* látható módon O, A, B, C, D, E, F, G -vel. Legyen $\vec{OA} = \mathbf{a}$, $\vec{OB} = \mathbf{b}$ és $\vec{OC} = \mathbf{c}$. Ekkor \mathbf{a} , \mathbf{b} és \mathbf{c} lineárisan független vektorok. Mivel a D csúcs az OAB síkban van, azért vannak olyan 0-tól különböző x, y számok, amelyekre $\vec{OD} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$. A hasáb tulajdonságából következik, hogy $\vec{OE} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, $\vec{OG} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ és $\vec{OF} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + \mathbf{c}$.

Ismert, hogy ha az O -ból egy KL szakasz végpontjaiba mutató vektorok \mathbf{k} és \mathbf{l} , akkor a szakasz tetszőleges N pontja esetén az \vec{ON} vektor felírható $\alpha\mathbf{k} + (1 - \alpha)\mathbf{l}$ alakban, ahol α 0 és 1 közti valós szám. Legyen a hasáb testátlóinak metszéspontja M . Mivel M rajta van az AG átlón, azért van olyan β szám, amelyre

$$(1) \quad \vec{OM} = \beta \cdot \vec{OA} + (1 - \beta)\vec{OG} = \beta \cdot \mathbf{a} + (1 - \beta)(\mathbf{b} + \mathbf{c}).$$

De M rajta van a BE és az OF átlókon is, ezért vannak olyan γ és δ számok, amelyekre

$$\vec{OM} = \gamma \cdot \vec{OB} + (1 - \gamma)\vec{OE} = (1 - \gamma)\mathbf{a} + \gamma\mathbf{b} + (1 - \gamma)\mathbf{c} \quad \text{és} \quad (2) \vec{OM} = \delta \cdot \vec{OF} = \delta(x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + \mathbf{c}). \quad (3)$$

Az \vec{OM} -et viszont egyértelműen lehet felírni a lineárisan független \mathbf{a} , \mathbf{b} és \mathbf{c} vektorok kombinációjaként, azért az (1), (2) és (3) egyenletekben \mathbf{a} , \mathbf{b} , illetve \mathbf{c} együtthatói rendre ugyanazok a valós számok lesznek; tehát

$$\beta = 1 - \gamma = \delta \cdot x, \quad 1 - \beta = \gamma = \delta \cdot y, \quad 1 - \beta = 1 - \gamma = \delta.$$

Ezen egyenletekből nyilvánvalóan következik, hogy $x = y = 1$, azaz $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB}$, ami azt jelenti, hogy a hasáb alaplapja paralelogramma, tehát a hasáb paralelepipedon.

Székelyhídi Gábor (Kuwait, New English School, 11. o.t.) dolgozata alapján

