Az $N^*=r_1^2+r_2^2+\cdots+r_m^2$ kifejezés értékét a logikai szita formula segítségével fogjuk meghatározni, azaz 1-től n-ig összeadjuk az egész számok négyzeteit, majd kivonjuk azon számok négyzeteit, amelyeknek van közös osztójuk n-nel. Ha k az n osztója, akkor jelölje $N(k)$ az n-nél nem nagyobb, k-val osztható pozitív egész számok négyzetösszegét. Ekkor a logikai szita formula szerint

$$\begin{gathered}N^*=N(1)-N(p_1)-N(p_2)-\cdots-N(p_t)+N(p_1p_2)+\cdots+N(p_{t-1}p_t)-\\ -N(p_1p_2p_3)-\cdots-N(p_{t-2}p_{t-1}p_t)+\cdots+(-1)^tN(p_1p_2\dots p_t).\end{gathered}$$

Felhasználva az ismert

$$\begin{aligned}N(k)&=k^2+(2k)^2+\cdots+n^2=k^2\left(1^2+2^2+\cdots+\left(\frac{n}{k}\right)^2\right)=\\ &=k^2\cdot\frac{\frac{n}{k}\left(\frac{n}{k}+1\right)\left(2\cdot\frac{n}{k}+1\right)}{6}=\frac{n^3}{3k}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}k\end{aligned}$$

egyenlőséget, kapjuk, hogy

$$\begin{gathered}N^*=\frac{n^3}{3}\Bigg(1-\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2}-\cdots-\frac{1}{p_t}+\frac{1}{p_1p_2}\cdots+\frac{1}{p_{t-1}p_t}-\\ -\frac{1}{p_1p_2p_3}-\cdots-\frac{1}{p_{t-2}p_{t-1}p_t}+\cdots+(-1)^t\frac{1}{p_1p_2\dots p_t}+\\ +\frac{n^2}{2}\left(1-\binom{t}{1}+\binom{t}{2}-\binom{t}{3}+\cdots+(-t)^t\binom{t}{t}\right)+\frac{n}{6}(1-p_1-p_2-\cdots-p_t)+\\ +p_1p_2+\cdots+p_{t-1}t_t-p_1p_2p_3-\cdots-p_{t-2}p_{t-1}t_p+\cdots+(-1)^t(p_1p_2\dots p_t)\Bigg).\end{gathered}$$

A binomiális tétel szerint:

$$1-\binom{t}{1}+\binom{t}{2}-\binom{t}{3}+\cdots+(-1)^t\binom{t}{t}=0,$$

tehát az n-ben másodfokú tag együtthatója 0. Az n-ben harmad-, illetve elsőfokú tagok együtthatója szorzattá alakítható, és így:

$$\begin{aligned}N^*&=\frac{n^3}{3}\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\dots\left(1-\frac{1}{p_t}\right)+\frac{n}{6}(1-p_1)(1-p_2)\dots(1-p_t)=\\ &=\frac{n}{3}\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\dots\left(1-\frac{1}{p_t}\right)\left(n^2+\frac{1}{2}(-1)^tp_1p_2\dots p_t\right).\end{aligned}$$

Ismert összefüggés, hogy $m=\varphi(n)=n\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\dots\left(1-\frac{1}{p_t}\right)$. Ebből

$$N^*=\frac{m}{3}\left(n^2+\frac{1}{2}(-1)^tp_1p_2\dots p_t\right)$$

valóban.