

Ha az eredetileg  $n$  kupac valamelyikének  $l$  eleme volt, úgy „írjunk rá” mindegyik benne lévő mogyoróra  $\frac{1}{l}$ -et. Ezt valamennyi kupacra elvégezve minden mogyoró pozitív számot visel, egy kupacon belül ezen számok összege 1, tehát az összes ilyen szám összege  $n$ .

Tételezzük fel – a feladat állításával ellentétben –, hogy legfeljebb  $k$  szem mogyoró került az új elosztás során az eredetivel kisebb kupacba. Mivel az új kupacok száma  $n + k$ , azért lesz legalább  $n$  olyan (új) kupac, amelyben minden mogyoróról elmondható, hogy legalább akkora kupacba került, amekkorában eredetileg volt. Így a szóban forgó  $n$  új kupac bármelyikében a mogyorószemek által viselt számok összege legalább 1, az  $n$  új kupacban levőket összegezve pedig legalább  $n$ . Ez azonban azt jelenti, hogy a fennmaradó  $k$  új kupacban a mogyorókra írt számok összege legfeljebb nulla, ami ellentmond annak, hogy itt is csupa pozitív számot összegeztünk.

*Megjegyzés.* A  $(k + 1)$ -es becslés nem javítható. Osszuk el eredetileg a mogyorókat úgy, hogy az egyik kupacba pontosan  $k + 1$  szem mogyoró kerüljön. A második szétosztás pedig csupán abban különbözzék az elsőtől, hogy a korábbi kiszemelt  $k + 1$ -es kupacot  $k + 1$  darab egyelemű kupacba osztjuk szét. Ekkor pontosan ez a  $k + 1$  mogyoró kerül az eredetinel kisebb kupacba.

*Poronyi Gábor* (Pécs, Janus Pannonius Gimn., 11. o.t.) és *Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

dolgozatai alapján