a) Legyen az A_j csúcshoz írt szám a_j, továbbá $b_j = \max(a_{j+1}, a_j)$ és $c_j = \min(a_{j+1}, a_j)$. Ekkor ($a_{n+1} = a_1$ megállapodással):

$$\sum_{j=1}^{n} |a_{j+1} - a_j| = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n} c_j.$$

A $b_1, b_2, \ldots, b_n, c_1, c_2, \ldots, c_n$ számok között az $1, 2, \ldots, n$ számok mindegyike pontosan kétszer fordul elő.

Ezért páros n esetén:

$$\sum_{j=1}^{n} b_j \leq 2\left[\left(\frac{n}{2}+1\right)+\left(\frac{n}{2}+2\right)+\cdots+n\right]$$

és

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \geq 2\left[1+2+\cdots+\frac{n}{2}\right].$$

Tehát

$$\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n} c_j \leq 2\left[\left(\frac{n}{2}+1\right)+\left(\frac{n}{2}+2\right)+\cdots+n\right] - 2\left[1+2+\cdots+\frac{n}{2}\right] =$$

$$= 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{n}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}+1+n\right) - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{n}{2}\cdot\left(1+\frac{n}{2}\right) = \frac{n^2}{2}.$$

Hasonlóan páratlan n-re:

$$\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n} c_j \leq \left(2\left[\frac{n+1}{2}+1+\frac{n+1}{2}+2+\cdots+n\right]+\frac{n+1}{2}\right) -$$

$$-\left(2\left[1+2+\cdots+\frac{n+1}{2}-1\right]+\frac{n+1}{2}\right) = \frac{n^2-1}{2}$$

Megmutatjuk, hogy mindkét esetben állhat egyenlőség.

Az első esetben megfelel, ha a körre felírjuk a számokat az $1, \frac{n}{2}+1, 2, \frac{n}{2}+2, \ldots, \frac{n}{2}, n$ sorrendben, a második esetben pedig az $1, \frac{n+3}{2}, 2, \frac{n+5}{2}, \ldots, \frac{n-1}{2}, n, \frac{n+1}{2}$ sorrend megfelelő.

b) Ha n páros, úgy maximális összeget kapunk, ha az $\frac{n}{2}$-nél nem nagyobb és az $\frac{n}{2}$-nél nagyobb számok váltogatják egymást: a $\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n} c_j$ összegben ugyanis csak ekkor szerepel minden $\frac{n}{2}$-nél nagyobb szám $+2$, és minden $\frac{n}{2}$-nél nem nagyobb szám -2 együtthatóval. A lehetőségek száma tehát:

$$n\cdot\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-2\right)\ldots 1\cdot 1 = 2\left(\left(\frac{n}{2}\right)!\right)^2;$$

ugyanis az A_1-nél lévő számra n lehetőség van, ezek után az A_2-nél levőre $\frac{n}{2}$, az A_3-nál levőre $\frac{n}{2}-1$ és így tovább.

Ha n páratlan, egy kicsit másképpen számolunk. A $\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n} c_j = \frac{n^2-1}{n}$ egyenlőség akkor áll fenn, ha az elrendezésben minden $\frac{n+1}{2}$-nél kisebb számnak $\frac{n+1}{2}$-nél nagyobb szomszédja van és fordítva, továbbá $\frac{n+1}{2}$ egyik szomszédja nagyobb, a másik kisebb, mint $\frac{n+1}{2}$. Így a megfelelő elhelyezések száma $2n\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)!\right]^2$; ugyanis az $\frac{n+1}{2}$ elhelyezésre n lehetőségünk van, ezután pozitív irányban körüljárva a kört, a szomszédjára $n-1$ lehetőség van, majd pedig rendre $\frac{n-1}{2}, \frac{n-1}{2}-1, \frac{n-1}{2}-1, \frac{n-1}{2}-2, \frac{n-1}{2}-2, \ldots, 1, 1$ a lehetőségek száma.

Gyenes Zoltán (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján