

$x = 16$  esetén a bal oldal 0, így a jobb oldalnak is 0-nak kell lennie. Mivel  $16(16 - 1) \neq 0$ , ezért úgy  $p(16) = 0$ , vagyis a  $p(x)$  polinom  $(x - 16)q(x)$  alakú. Ezt behelyettesítve:

$$(x - 16)(2x - 16)q(2x) = 16(x - 1)(x - 16)q(x), (2x - 16)q(2x) = 16(x - 1)q(x), (x - 8)q(2x) = 8(x - 1)q(x).$$

A fentiekhez hasonló módon kiemelhetünk  $(x - 8)$ -at,  $(x - 4)$ -et, végül  $(x - 2)$ -t:

$$q(x) = (x - 8)r(x); \quad (x - 4)r(2x) = 4(x - 1)r(x), r(x) = (x - 4)s(x); \quad (x - 2)s(2x) = 2(x - 1)s(x), s(x) = (x - 2)t(x)$$

Tehát valamely  $t(x)$  polinomra  $t(2x) = t(x)$ . Ekkor nyilván  $t(1) = t(2) = t(4) = t(8) = \dots = c$  konstans, tehát a  $t(x) - c$  polinomnak végtelen sok megoldása sok gyöke van.

Ez csak úgy lehetséges, hogy  $t(x) - c \equiv 0$ , azaz  $t(x) \equiv c$ . Ekkor:

$$s(x) = c(x - 2), \quad r(x) = c(x - 2)(x - 4), \quad q(x) = c(x - 2)(x - 4)(x - 8), p(x) = c(x - 2)(x - 4)(x - 8)(x - 16).$$

Az ilyen alakú polinomokra valóban teljesül a feladatban megkövetelt egyenlőség.