Az *ábrán* az AB szakasz hosszát a-val, P és AB távolságát x-szel jelöltük, a két párhuzamos egyenes távolsága pedig legyen 1. Az ABP és ECP háromszögek szögei páronként megegyeznek, tehát ezek a háromszögek hasonlók. Ezért $CE = a\frac{1-x}{x}$. Így a háromszögek területeinek T összege:

$$T = \frac{ax}{2} + \frac{a(1-x)^2}{2x} = \frac{a}{2} \cdot \frac{2x^2-2x+1}{x},$$

és mivel P belső pont, $0 < x < 1$. T pontosan akkor lesz a legkisebb, amikor a $\frac{2x^2-2x+1}{x}$ tört a legkisebb.

$$\frac{2x^2-2x+1}{x} = 2x + \frac{1}{x} - 2 \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{1}{x}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2,$$

ahol a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenségből azt kaptuk, hogy a tört értéke biztosan nem kisebb a $2\sqrt{2}-2$ értéknél. Az is következik, hogy ezt a minimumot meg is kapjuk, ha $0 < x < 1$: ha $2x = \frac{1}{x}$, akkor $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ez a feltétel a P pont helyzetét egyértelműen határozza meg a BC szakaszon. Továbbá – bár ezt a feladat nem kérdezi – a T minimumát is megadhatjuk: $T_{\min} = a(\sqrt{2}-1)$.

Papp Dávid (Budapest, Szent István Gimn., 10. o.t.)