I. megoldás. A nyolcszög t területét úgy fogjuk kiszámítani, hogy a rombusz $T=2ab$ területéből kivonjuk az érintők által levágott négy háromszög területét. Használjuk az *ábra* jelöléseit. Legyen az AEB háromszög területe t_1, a CFD háromszögé t_2. Könnyen látható, hogy $t_1=\frac{(b-x)(a-r)}{2}$ és $t_2=\frac{(a-y)(b-r)}{2}$. A párhuzamos szelők tétele szerint $\frac{x}{r}=\frac{b}{a}$, amiből $x=\frac{br}{a}$, és ugyanígy $y=\frac{ar}{b}$. Tekintve, hogy a rombusz oldala $\sqrt{a^2+b^2}$, az AOD háromszög kétszeres területét kétféleképpen kiszámítva: $ab=r\sqrt{a^2+b^2}$, tehát $r=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Ezekkel az értékekkel az érintők által levágott négy háromszög területének összege:

$$4t_1+4t_2=2\left[(a-r)\left(b-\frac{br}{a}\right)+(b-r)\left(a-\frac{ar}{b}\right)\right]=$$
$$=2\left(2ab-2ar-2br+r^2\frac{a^2+b^2}{ab}\right)=$$
$$=2\left(2ab-2(a+b)\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\cdot\frac{a^2+b^2}{ab}\right)=2\cdot\left(3ab-2ab\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right).$$

A nyolcszög területe:

$$t=T-(4t_1+4t_2)=2ab-2\cdot\left(3ab-2ab\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)=4ab\left(\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}}-1\right).$$

Csirmaz Előd (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.) *Siklósi Dávid* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. Az érintők levágta szemközti háromszögeket összetolva az eredeti rombuszhoz hasonló rombuszokat kapunk. Ismeretes, hogy hasonló alakzatok területének aránya egyenlő a hasonlóság arányának négyzetével. Ennek alapján az AKB háromszögből és OD-re vonatkozó tükörképéből kialakuló rombusz $4t_1$ területe a következőképpen nyerhető: $\frac{4t_1}{T}=\left(\frac{a-r}{a}\right)^2$, ahonnan $4t_1=2ab\left(\frac{a-r}{a}\right)^2$, ahol felhasználtuk, hogy $T=2ab$. Hasonlóan kapjuk: $4t_2=2ab\left(\frac{b-r}{b}\right)^2$. A nyolcszög területe: $t=2ab\left[1-\left(\frac{a-r}{a}\right)^2-\left(\frac{b-r}{b}\right)^2\right]$, amiből $r=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ behelyettesítése után némi számolással az első megoldásban nyert eredményt kapjuk.