

I. megoldás. A vízszintes síkon lévő négy gömb bármelyikéről azt mondhatjuk, hogy két, vele „szomszédos” gömböt érint, a negyedikkel pedig „szemben” van. Legyen a vízszintes síkon lévő két szemközti gömb középpontja O_1 , O_3 , az ötödiké pedig O_5 a két ábra szerint felül, illetve oldalnézetben. Egy $2r$ oldalú négyzet átlójaként $O_1O_3 = 2r\sqrt{2}$. Az $O_1O_3O_5$ háromszög egyenlő szárú, alapja O_1O_3 , szárainak hossza pedig $2r$. Ezért az alaphoz tartozó magassága $r\sqrt{2}$. Így az ötödik gömbnek a legmagasabban lévő pontja a vízszintes síktól $r\sqrt{2} + 2r$ távolságra van.

Tóth János Pál (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9.o.t.)

II. megoldás. Vegyünk fel egy x, y, z térbeli koordináta-rendszert úgy, hogy a vízszintes sík a $z = 0$ legyen. Ha $r = 1$, akkor a négy gömb középpontja pl. az $(1; 1; 1)$, $(-1; 1; 1)$, $(-1; -1; 1)$ és $(1; -1; 1)$ lehet, amikor az ötödik gömb középpontja a z tengelyen van. Legyen ez a középpont $(0; 0; z_0)$. Mivel az ötödik gömb érinti az $(1; 1; 1)$ középpontú gömböt, a távolságképlet alapján: $1^2 + 1^2 + (z_0 - 1)^2 = 2^2$, amiből $z_0 = 1 + \sqrt{2}$.

Tetszőleges r esetén $z_0 = (1 + \sqrt{2}) \cdot r$. Az ötödik gömb legmagasabban lévő pontja a vízszintes síktól így $z_0 + r = r\sqrt{2} + 2r$ távolságra van.

Zsbán Ambrus (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8.o.t.)

