a) A csúcsokra felírt számokat jelöljük a_1, a_2, $\ldots$, a_n-nel. Ekkor a bizonyítandó állítás:

$$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+\cdots+|a_{n-1}-a_n|+|a_n-a_1|\geq 2n-2.$$

Legyen $a_1=1$ és $a_j=n$. Ekkor az ismert $|a+b|\leq|a|+|b|$ alapján

$$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+\cdots+|a_{j-1}-a_j|\geq|a_1-a_j|=n-1(1)|a_j-a_{j+1}|+|a_{j+1}-a_{j+2}|+\cdots+|a_n-a_1|\geq|a_j-a_1|=n-1.(2)$$

Ezt a két egyenlőtlenséget összeadva kapjuk a bizonyítandó állítást.

b) A bizonyítandó egyenlőtlenségben pontosan akkor van egyenlőség, amikor (1)-ben és (2)-ben egyaránt egyenlőség van. Ehhez az kell, hogy (1)-ben (és (2)-ben is) az abszolútértéken belüli különbségek mindegyikének ugyanaz legyen az előjele. Mivel $a_1=1$ (tehát a legkisebb szám), azért ebből következik, hogy $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_j$, és mivel $a_j=n$ (a legnagyobb), azért $a_j>a_{j+1}>\cdots>a_n$. Tehát

$$a_1<a_2<\cdots<a_j,\qquad a_j>a_{j+1}>a_{j+1}>\cdots>a_n.$$

Ha azt eldöntjük, hogy mely számok kerülnek $a_1=1$ és $a_j=n$ közé, akkor az egyenlőtlenségek miatt a számokat már csak egyféleképpen helyezhetjük el. Ez 2^{n-2} lehetőség.

Székelyhidi Gábor (Kuwait, New English School, 11. o.t.)

Megjegyzés. A b) kérdésre 2^{n-3}, 2^{n-2} vagy $n\cdot 2^{n-2}$ a válasz attól függően, hogy a tükrözéssel, illetve elforgatással egymásba vihető elrendezéseket megkülönböztetjük-e. Mind a három variációt elfogadtuk.

Megjegyzés. A példát *Hajnal Péter:* Elemi kombinatorikai feladatok (Polygon) c. könyvéből vettük!