I. megoldás. Legyen az A csúcsból húzott magasság, m és súlyvonal, s adott. Használjuk az *ábra* további jelöléseit is. Ismeretes, hogy bármely háromszög M magasságpontjának egy oldalra vonatkozó M' tükörképe a körülírt körre illeszkedik. Az ábra ATF (esetleg elfajuló) derékszögű háromszöge az $m \leq s$ feltétel mellett mindig megszerkeszthető. Mivel AM' a körülírt kör egy húrja, ennek felező merőlegese és a TF egyenesre F-ben állított merőleges a kör O középpontjában metszik egymást. Az O körüli AO sugarú kör a TF egyenesből kimetszi a B, C csúcsokat. A TF egyenes akkor is egyértelműen létezik, ha $T \equiv F$.

Diszkusszió: Már megállapítottuk, hogy $m \leq s$ szükséges. Ha $0 < AM \leq m$, akkor két megoldás lehet, ugyanis M elhelyezkedhet az AT szakaszon vagy annak A-n túli meghosszabbításán. Ha M az AT szakasz belső pontja, akkor az egyik megoldás hegyesszögű háromszög (ha $M \equiv T$, akkor derékszögű). A másik megoldás nyilván tompaszögű háromszög. Ha $AM > m$, akkor csak egy megoldás lesz, a tompaszögű. Megállapításaink az $m = s$ esetben is érvényesek, amikor is a megoldás(ok) egyenlő szárú háromszög(ek).

Hátravan még annak igazolása, hogy a B és C metszéspontok az $m \leq s$ feltétel esetén mindig létrejönnek. Az SAM és SFO háromszögek $2:1$ arányú hasonlósága révén $AM = 2 \cdot FO$ (lásd még a II. megoldást). Ebből látható, hogy hegyesszögű és derékszögű háromszög megoldás esetén $AO > \frac{1}{2}AM' \geq \frac{1}{2}AM = FO$, tehát az O körüli AO sugarú kör valóban metszi a TF egyenest. A tompaszögű megoldás esetén ez a metszés még nyilvánvalóbb, hiszen akkor O és A a TF más-más félsíkjában van. Végül belátjuk, hogy az $A \equiv M$ esetben $O \equiv F$, és most is egy (derékszögű) megoldás van.

Andrássy Zoltán (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. Tudjuk, hogy az M, S, O pontok egy egyenesre illeszkednek (Euler-egyenes), és $MS : SO = 2 : 1$. Szerkesszük meg az ATF háromszöget, majd ennek AF oldalán az S pontot. Ezután a fenti arány alapján kapjuk az O pontot. Az O körüli AO sugarú kör és a TF egyenes közös pontjai a hiányzó csúcsok.

Harangi Viktor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)