

Jelöljük a háromszög csúcsait a szokásos módon A, B, C -vel, a hozzáírt körök sugarait r_a, r_b, r_c -vel, az a oldalhoz hozzáírt kör középpontját pedig O_A -val.

Az ABC háromszög területét megkapjuk, ha az O_AAB és az O_AAC háromszögek területének összegéből levonjuk az O_ABC háromszög területét. E háromszögek mindegyikében az O_A -hoz tartozó magasság r_a , tehát

$$(1) \quad T_{ABC} = \frac{r_a c}{2} + \frac{r_a b}{2} - \frac{r_a a}{2}.$$

Ugyanígy kapjuk, hogy

$$T_{ABC} = \frac{r_b c}{2} + \frac{r_b a}{2} - \frac{r_b b}{2} \quad \text{és} \quad (2) T_{ABC} = \frac{r_c a}{2} + \frac{r_c b}{2} - \frac{r_c c}{2}. \quad (3)$$

Az (1) és (2) egyenletek jobb oldalának szorzata megegyezik a (3) egyenlet jobb oldalának négyzetével, azaz

$$\left[\frac{r_a}{2}(c+b-a) \right] \left[\frac{r_b}{2}(c+a-b) \right] = \left[\frac{r_c}{2}(a+b-c) \right]^2.$$

Felhasználva, hogy r_a és r_b mértani közepe r_c , vagyis $r_a r_b = r_c^2$:

$$(c+b-a)(c+a-b) = (a+b-c)^2.$$

Ebből adódik a feladat megoldása: $c = \frac{a^2 + b^2}{a + b}$.

Csendes Viktor (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

