

Vegyünk fel a térben egy derékszögű koordinátarendszert, és tekintsük azt a H halmazt, amelyet azok az $(x; y; z)$ koordinátájú pontok alkotnak, amelyekre $y = x^3$ és $z = x^5$. Megmutatjuk, hogy H eleget tesz a feladat feltételeinek.

A térben egy tetszőleges sík egyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$ alakú, ahol az A, B, C számok nem mindegyike 0. Ennek a síknak pontosan annyi közös pontja van H -val, ahány valós megoldása az

$$Ax + Bx^3 + Cx^5 + D = 0$$

egyenletnek van. Tudjuk, hogy egy páratlan fokú polinomnak mindig van legalább egy valós gyöke, s nyilván legfeljebb annyi gyöke van, mint az egyenlet fokszáma (A, B és C egyszerre nem 0, tehát a polinom fokszáma legalább 1 és legfeljebb 5). Így H -nak minden síkon legalább egy, de legfeljebb öt pontja van.

Juhász András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. A H ponthalmaz egy olyan görbe, amelynek a koordinátasíkok által meghatározott 8 térrész közül 2-ben vannak pontjai (1. ábra). A görbének a koordinátasíkokon lévő vetületei a 2. ábrán láthatók.

