

Jelöljük a poliéder csúcsainak, lapjainak és éleinek számát c , l és $é$ -vel, a lapok közül a paralelogrammák számát p -vel. Mivel a poliéder minden csúcsában legalább 3 él találkozik, és minden él pontosan két csúcsot köt össze, azért

$$2é \geq 3c, \quad \text{vagyis} \quad c \leq \frac{2}{3}é.$$

Az Euler-féle poliédertétel szerint $c + l = é + 2$. Ezt összevetve az előző egyenlőtlenséggel, kapjuk, hogy

$$(1) \quad \frac{2}{3}é + l \geq é + 2, \quad \text{azaz} \quad 2é \leq 6l - 12.$$

A poliéder minden éle két lapon van rajta, ezért az élek számának kétszeresét megkapjuk, ha összeadjuk a lapsokszögek oldalainak számát. Egy középpontosan szimmetrikus sokszögnek páros sok oldala van. Ha az oldalak száma 4, akkor a sokszög paralelogramma, ha pedig az oldalak száma ennél nagyobb, akkor legalább 6. Ezért

$$2é \geq 4p + 6(l - p).$$

Ebből és az (1) egyenlőtlenségből kapjuk, hogy

$$4p + 6(l - p) \leq 6l - 12,$$

vagyis $6 \leq p$, ami éppen a bizonyítandó volt.

Végh A. László (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján