

Megmutatjuk, hogy a sokszög oldalainak száma n -nek egész számú többszöröse.

Tudjuk, hogy szimmetriatengelyt szimmetriatengelyre tükrözve ismét szimmetriatengelyt kapunk (mert az alakzat első tengelyre vonatkozó tükörképe szimmetrikus a második tengely tükörképére). Ezért az n darab szimmetriatengelynek egy ponton kell átmennie, mert ha valamelyik három egy háromszöget alkotna, akkor ezt a háromszöget az oldalaira tükrözve, majd az így kapott háromszögek oldalegyeneseit akárhányszor továbbtükrözve végtelen sok szimmetriatengelyt kapnánk, ami ellentmondás. Ugyanezen okból következik az is, hogy az n szimmetriatengely $2n$ darab egyenlő szögtartományra bontja a síkot.

Egy szimmetriatengely a sokszög területét csak annak valamelyik csúcsában vagy valamelyik oldalának felezőpontjában metszheti, mert egyébként az elmetasztott oldalt a metsző tengelyre tükrözve nem kaphatnánk meg a sokszög egyik oldalát sem (hiszen azok nem metszik egymást belső pontban). Viszont a tengelyek által meghatározott $2n$ tartomány mindegyike ugyanannyi „féloldal” tartalmaz, ezért e tartományok tükrözésekkel egymásba vihetők. Így, ha az egyik tartományban k darab „féloldal” van, akkor a sokszögnek összesen $2n \cdot \frac{k}{2} = n \cdot k$ oldala van.

Másrészt egy szabályos n -szögből kiindulva – aminek pontosan n darab szimmetriatengelye van – könnyen konstruálhatunk minden k pozitív egészhez olyan $k \cdot n$ oldalú sokszöget, aminek pontosan n szimmetriatengelye van. Ha k páros, akkor a 2., ha pedig k páratlan, akkor a 3. ábrán látható, hogyan képezhető egy-egy megfelelő sokszög.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

