

Legyen a kocka éle  $a$  hosszúságú, és legyen a kocka két kitérő éle  $AB$  és  $CD$  (a  $B$  és  $C$  csúcsok vannak egymás felett). Továbbá legyen a két egységnyi hosszúságú szakasz  $PQ$  (az  $AB$  élen) és  $XY$  (a  $CD$  élen). Vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha a  $PQ$  szakaszt mozgatjuk  $AB$ -n és  $XY$ -t rögzítjük. A  $PQX$  háromszög magassága a  $PQ$  egyenes és az  $X$  pont távolsága, ami ugyanaz, mint az  $AB$  egyenes és az  $X$  pont távolsága, tehát állandó. Ehhez a magassághoz tartozó alap is nyilván állandó (egységnyi), tehát a  $PQX$  háromszög területe állandó. A  $PQX$  háromszög mindig ugyanabban a síkban (az  $ABX$  síkban) van, és mivel a  $PQXY$  tetraéder magassága ennek a síknak és  $Y$ -nak a távolsága, ezért a tetraéder magassága állandó. Már beláttuk, hogy a tetraéder alapterülete sem változik, ezért a tetraéder térfogata is állandó.

Ugyanígy járhatunk el, ha  $PQ$ -t rögzítjük és  $XY$ -t mozgatjuk. Tehát ha a két szakasz tetszőleges helyzetéből indulunk ki, akkor előbb  $PQ$ -t, utána  $XY$ -t mozgatva eljutunk egy azonos térfogatú tetraéderhez, amelyben  $P$  egybeesik  $B$ -vel, és  $X$  egybeesik  $C$ -vel. A tetraéder  $PQX$  alapterülete  $a/2$  és a magassága  $1$  (az  $XY$  szakasz hossza). Ebből következik, hogy a tetraéder térfogata a szakaszok tetszőleges helyzetében  $a/6$ .

*Székelyhídi Gábor* (Kuwait, New English School, 11. o.t.)

