

Megmutatjuk, hogy az  $(1 - xy)^2 + x^2$  polinom értékkészlete a  $(0, +\infty)$  intervallum. Nyilván  $(1 - xy)^2 + x^2 \geq 0$ . Másrészt  $(1 - xy)^2 + x^2 = 0$  csak akkor teljesülhetne, ha  $1 - xy = 0$  és  $x = 0$ . Viszont  $x = 0$  esetén  $1 - xy = 1$ . Tehát  $(1 - xy)^2 + x^2 > 0$ . Végül belátjuk, hogy minden  $k > 0$  valós számhoz létezik olyan  $x, y$  számpár, amelyre  $(1 - xy)^2 + x^2 = k$ . Legyen ugyanis  $x = \sqrt{k}$  és  $y = \frac{1}{\sqrt{k}}$ . Ekkor  $(1 - xy)^2 + x^2 = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{k}}\sqrt{k}\right)^2 + (\sqrt{k})^2 = k$ . Ezzel állításunkat beláttuk.

*Juhász András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

*Megjegyzés.* A jó megoldások mindegyike konstruktív volt, összesen 5-féle különböző polinomot mutattak a beküldők. A többiek a kétváltozós függvényekre helytelenül alkalmazták a felsőbb analízis eszközeit.