A bizonyítandó egyenlőtlenségben szereplő kifejezéseknek geometriai jelentést tulajdonítunk, s így látjuk be, hogy egyenlők.

Írjunk az egység sugarú körbe egy szabályos n-szöget, és jelöljük a csúcsait A_1, A_2, $\ldots$, A_n-nel, a kör középpontját pedig O-val. Osszuk fel a sokszöget háromszögekre kétféleképpen: előbb O-t kössük össze a sokszög minden csúcsával (*1. ábra*), másodszor pedig A_1-et kössük össze a sokszög többi csúcsával (*2. ábra*). Ekkor $A_iOA_{i+1}\sphericalangle=\dfrac{2\pi}{n}$ és $A_iA_1A_{i+1}\sphericalangle=\dfrac{\pi}{n}$, mert az A_iA_{i+1} ívek egyenlők ($i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$; A_{n+1} azonos A_1-gyel), valamely ívhez tartozó kerületi szög pedig fele a megfelelő középponti szögnek.

A sokszög területe mindkét felbontás esetén megegyezik a felbontásban szereplő háromszögek területeinek összegével. Tudjuk, hogy egy háromszög területét megkapjuk, ha két oldala szorzatának felét megszorozzuk az oldalak által bezárt szög szinuszával. Így az első felbontás esetén $T_{A_iOA_{i+1}}=\dfrac{1\cdot 1}{2}\sin\dfrac{2\pi}{n}$, azaz a sokszög területe:

$$T=T_{A_1OA_2}+T_{A_2OA_3}+\cdots+T_{A_nOA_1}==n\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{n}=n\frac{1}{2}\sin 2\alpha=n\sin\alpha\cos\alpha.$$

A második felbontásban szereplő háromszögek oldalait az A_1OA_i egyenlő szárú háromszögből határozhatjuk meg. Ennek a háromszögnek a szárszöge $(i-1)\dfrac{2\pi}{n}$, ha $i\le\dfrac{n}{2}$, illetve $2\pi-(i-1)\dfrac{2\pi}{n}$, ha $i>\dfrac{n}{2}$ (*3. ábra*). Ezért mindkét esetben igaz, hogy

$$A_1A_i=2\cdot\sin(i-1)\alpha=2\sin\frac{(i-1)\frac{2\pi}{n}}{2}=2\sin\frac{2\pi-(i-1)\frac{2\pi}{n}}{2}.$$

Tehát a sokszög területe:

$$T=T_{A_2A_1A_3}+T_{A_3A_1A_4}+\cdots+T_{A_{n-1}A_1A_n}==\frac{1}{2}(2\sin\alpha\cdot 2\sin 2\alpha)\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}(2\sin 2\alpha\cdot 2\sin 3\alpha)\cdot\sin\alpha+\ldots\cdots+\frac{1}{2}(2\sin(n-2)\alpha\cdot$$

A kétféleképpen számolt területnek meg kell egyeznie. Az így kapott egyenlőség mindkét oldalát $2\sin\alpha$-val osztva éppen a bizonyítandó állítást kapjuk.

Vizer Máté (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján