

Először tekintsük az n -szög egyik oldalát. Válasszuk ehhez a sokszög (egyik) olyan csúcsát, amelyből ez az oldal a legnagyobb szögben látszik. Ha az oldal végpontjait összekötjük ezzel a csúccsal, akkor egy megfelelő háromszöget kapunk.

Tegyük fel, hogy eljutottunk a háromszögek konstrukciójával egy ABC háromszöghöz úgy, hogy eddig minden háromszög „jó”, azaz egyik köré írt kör sem tartalmazza belsejében a sokszög semelyik csúcsát és az ABC háromszög AB oldalán túl még nincs kijelölve egyetlen háromszög sem. Most jelöljük ki az ABP háromszöget is, amire P az AB egyenes túloldalán van, és belőle AB a lehető legnagyobb szögben látszik. Az nyilvánvaló, hogy k_{ABP} nem tartalmaz „túloldali” csúcsot. A C felőli oldalon sem tartalmaz csúcspontot, mert k_{ABP} -nek ez a része k_{ABC} belsejében van (hiszen a túloldali P k_{ABC} -n kívül van) és a k_{ABC} -ről feltettük, hogy jó.

Ezzel egy megfelelő háromszöggel bővítettük az ábrát. Amikor már nem lehet folytatni az eljárást, akkor a háromszögek lefedik az n -szöget. Az is világos, hogy $n - 3$ átlót húztunk be, és ezek nem metszik egymást.

Pap Júlia (Debrecen, Fazekas M. Gimn., III. o.t.)

Megjegyzések. 1. Végh A. László úgy adta meg a háromszögeket, hogy a köréírt köreik sugarainak összege minimális legyen.

2. Bérczi Gergely az ún. Voronoi-mozaik segítségével azt is belátta, hogy az állítás akkor is igaz, ha a pontok nem alkotnak konvex sokszöget, és a „háromszögelés” lényegében egyértelmű. (Azaz ha pl. nincs négy pont egy körön, akkor egyértelmű.)

A Voronoi-mozaik a következő: adott a sík n pontja, minden ponthoz rendeljük hozzá az n pont közül a legközelebbit. Így n tartományra esik szét a sík, mind az n ponthoz tartozik egy-egy.

Két pontot akkor kössünk össze, ha szomszédos tartományban fekszenek. Így már majdnem felbontottuk háromszögekre a pontok konvex burkát: ha maradt több csúcsú sokszög, akkor az a $P_1P_2P_3P_4$ húrnégyszöghöz hasonlóan helyezkedik el. Az ilyen húrsokszögeket tetszőlegesen felbonthatjuk.

