Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor a beírt kör a szárat az alaphoz közelebb eső harmadolópontban érinti. Jelöljük a háromszög csúcsait A, B, C-vel, ahol $AB = AC$, a beírt kör középpontját O-val, sugarát ϱ-val. A CB oldalhoz tartozó magasságvonal az alapot az F felezőpontban érinti, O-ból az AB-re állított merőleges és AB metszéspontja D, az OA szakasz hosszát jelöljük y-nal. (*1. ábra*)

$BF = BD = x$, külső pontból húzott érintő szakaszok, a feltétel szerint $AD = 2x$.

Az AOD és ABF derékszögű háromszögek hasonlók (az A csúcsnál lévő szögük közös), megfelelő oldalaik aránya:

$$y : 3x = \varrho : x, \qquad \text{innen} \qquad y = 3\varrho.$$

Az AOD derékszögű háromszögből Pitagorasz tétele szerint:

$$\varrho^2 + 4x^2 = 9\varrho^2, \qquad \text{ahonnan} \qquad x = \varrho\sqrt{2}.$$

Az ABC háromszög magassága: $\varrho + y = 4\varrho$. Most már felírhatjuk a területeket:

$$T_\triangle = x \cdot m = \varrho\sqrt{2} \cdot 4\varrho = 4\sqrt{2}\varrho^2, \qquad T_\bigcirc = \varrho^2\pi,$$

ahonnan

$$\frac{T_\triangle}{T_\bigcirc} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \approx 1,8006,$$

A másik esetben, hasonló gondolatmenettel kapjuk, hogy $y = \dfrac{3}{2}\varrho$ (az érintőszakaszok hosszát most a *2. ábra* szerint $2x$-szel jelöltük), és $\varrho^2 + x^2 = \dfrac{9}{4}\varrho^2$, ahonnan $x = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\varrho$.

$$T_\triangle = 2x(\varrho + y) = 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}\varrho^2, \quad T_\bigcirc = \varrho^2\pi.$$

A területek aránya most:

$$\frac{T_\triangle}{T_\bigcirc} = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{2}\varrho^2}{\varrho^2\pi} = \frac{5\sqrt{5}}{2\pi} \approx 1,7794$$

Tehát a *második* esetben fedi a kör a háromszög területének nagyobb hányadát.