

Az $x^2 - 2bx + b^2 - c^2 = 0$ másodfokú egyenlet gyökei:

$$x_{1,2} = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4(b^2 - c^2)}}{2} = \frac{2b \pm 2c}{2} = b \pm c,$$

$$x_1 = b + c, x_2 = b - c.$$

y_1 és y_2 pontosan akkor gyökei az $x^2 - 2b(b^2 + 3c^2)x + (b^2 - c^2)^3 = 0$ egyenletnek, ha (a gyökök és együtthatók közti összefüggés szerint) teljesülnek az alábbi egyenlőségek:

$$y_1 + y_2 = 2b(b^2 + 3c^2), y_1 y_2 = (b^2 - c^2)^3.$$

Helyettesítsük be x_1 és x_2 fenti értékeit:

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 &= (b + c)^3 + (b - c)^3 = b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3 + b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3 = \\ &= 2b^3 + 6bc^2 = 2b(b^2 + 3c^2), \end{aligned}$$

és

$$x_1^3 \cdot x_2^3 = (x_1 \cdot x_2)^3 = [(b + c)(b - c)]^3 = (b^2 - c^2)^3.$$

Tehát valóban teljesülnek az egyenlőségek.