Bebizonyítjuk, hogy ha a sorozat mindegyik elemének legfeljebb n osztója van, akkor létezik a kívánt részsorozat.

Teljes indukciót alkalmazunk. Ha $n = 1$, akkor mindegyik elem 1, és a teljes sorozat megfelelő.

Tegyük fel, hogy állításunk igaz $n = k$ esetén, és tekintsünk egy olyan pozitív egészekből álló $a_1, a_2, \ldots$ sorozatot, amelyben mindegyik elemnek legfeljebb $k + 1$ osztója van.

Két esetet fogunk vizsgálni:

1. eset: Létezik olyan p prímszám, amely végtelen sok elemnek osztója. Legyenek ezek az elemek $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots$ és tekintsük az $\frac{a_{i_1}}{p}, \frac{a_{i_2}}{p}, \ldots$ sorozatot. Ebben mindegyik elemnek legfeljebb k osztója van, ezért az indukciós feltevés szerint kiválasztható belőle egy olyan $\frac{a_{j_1}}{p}, \frac{a_{j_2}}{p}, \ldots$ részsorozat, amelyben bármelyik két elem legnagyobb közös osztója ugyanaz a d szám. Ekkor viszont az $a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots$ sorozatban bármely két elem legnagyobb közös osztója pd. Létezik tehát a feltételeknek megfelelő részsorozat.

2. eset: Bármelyik prímszám a sorozat elemei közül csak véges soknak osztója. Ebben az esetben rekurzívan definiálunk egy olyan részsorozatot, amelyben bármely két elem relatív prím. Legyen $i_1 = 1$. Ha már definiáltuk i_1, i_2, $\ldots$, i_m-et, akkor legyen i_{m+1} az első olyan pozitív egész, amely nagyobb i_m-nél, és amelyre $a_{i_{m+1}}$ relatív prím az a_{i_1}, $\ldots$, a_{i_m} elemek mindegyikéhez. Ilyen elem létezik, mert az $a_{i_1}, \ldots, a_{i_m}$ elemeknek külön-külön és együttesen is csak véges sok prímosztója van, és ez a véges sok prímosztó a sorozat elemei közül összesen csak véges soknak osztója.

Megjegyzés. A feladat valójában a halmazelmélet kategóriájába tartozik. Lényegében ugyanezzel a módszerrel bizonyítható be, hogy ha a $H_1, H_2, \ldots$ halmazsorozat legfeljebb n elemű halmazokból áll, akkor kiválasztható egy olyan részsorozata, amelyben bármelyik két halmaz metszetének elemszáma ugyanaz.