

Jelöljük a másik két oldalt b -vel és c -vel. A háromszög-egyenlőtlenség szerint $1 + b > c$ és $1 + c > b$, tehát $2 + b > 1 + c > b$. Mivel $1 + c$ egész és két olyan egész szám közé esik, amelyek különbsége 2, csak $1 + c = 1 + b$ lehet, tehát $c = b$. Ezért az egységnyi oldalhoz tartozó magasság $\sqrt{b^2 - \frac{1}{4}}$, és a háromszög területe $\frac{1}{2}\sqrt{b^2 - \frac{1}{4}}$. Felhasználjuk, hogy a háromszög területe $r \cdot s$, ahol r a beírt kör sugara, s pedig a félkerület. A terület kétféle alakjából:

$$\frac{1}{2}\sqrt{b^2 - \frac{1}{4}} = r \cdot \frac{2b + 1}{2}, \quad \text{amiből} \quad r = \frac{\sqrt{4b^2 - 1}}{2(2b + 1)}.$$

Mivel b egész, $4b^2$ négyzetszám. Két négyzetszám különbsége csak akkor 1, ha egyik zérus, a másik pedig 1. Ezért $4b^2 - 1$ csak akkor négyzetszám, ha zérus. Mivel b pozitív egész, esetünkben ez nem lehetséges. Így r kifejezésében a számláló irracionális, amiért r is irracionális.

Lukács László (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. o.t.)