

Ha a és b paritása különböző, azaz egyikük páros, a másik páratlan, akkor a^2 és b^2 közül az egyik négyvel osztva 0, a másik 1 maradékot ad. A c^2 maradéka 0 vagy 1, így $a^2 + b^2 + c^2 + 1$ maradéka $1 + 0 + 1 = 2$ vagy $1 + 1 + 1 = 3$, és d^2 sem 2-t, sem 3-at nem adhat maradékul 4-gyel osztva. Így ebben az esetben nem létezik egész megoldása az $a^2 + b^2 + c^2 + 1 = d^2$ egyenletnek.

Ha a és b paritása azonos, akkor $a^2 + b^2$ biztosan páros, így $\frac{a^2 + b^2}{2}$ egész szám. Tudjuk, hogy $d^2 - c^2 = (d+c)(d-c)$. Legyen továbbá $d - c = 1$, azaz $d = c + 1$, tehát $d^2 - c^2 = (d+c)(d-c) = 2c + 1$. A $c = \frac{a^2 + b^2}{2}$, $d = \frac{a^2 + b^2}{2} + 1$ választással $a^2 + b^2 + 1 = 2c + 1 = d^2 - c^2$, ezek tehát megoldásai az egyenletnek, és valóban egészek.

Csirmaz Előd (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.)