

A feladat megoldását négy esetre bontjuk.

1. K és M egybeesik.

Az ABC háromszögben ez csak úgy lehetséges, ha pl. a C -ből húzott magasságvonal az AB oldalfelező merőlegese is. De akkor $CA = CB$. Hasonlóan következik, hogy $AB = AC$, tehát a háromszög szabályos. Ugyanilyen gondolatmenettel megmutatható, hogy a háromszög akkor is szabályos, ha M és S , vagy S és K esik egybe.

2. O és M egybeesik.

Ekkor az ugyanabból a csúcsból induló szögfelező és magasság egybeesik, mert van két (különböző) közös pontjuk. Tehát mindhárom szögfelező merőleges a szemközti oldalra, ezért a háromszög oldalai páronként egyenlők, így az most is szabályos.

3. O és S egybeesik.

Ekkor ugyanabból a csúcsból induló szögfelező és súlyvonal egybeesik, mert van két (különböző) közös pontjuk. Mivel a súlyvonal felezi a szemközti oldalt, a szögfelező pedig ezt az oldalt a szomszédos oldalak arányában osztja, azért a háromszög oldalai páronként egyenlők, azaz a háromszög szabályos.

4. O és K egybeesik.

Vegyük figyelembe, hogy pl. a C -ből induló szögfelező felezi a körülírt kör (egyik) AB ívét, és a felezőponton AB felezőmerőlegese is átmegy. Ezért a c -ből húzott szögfelező és az AB oldalfelező merőlegese egybeesik. A 2. esetben elmondottak szerint a háromszög most is szabályos.

Tehát, ha az S , M , O , K pontok közül kettő egybeesik, akkor a háromszög szabályos.

Vaik István (Budapest, Kaffka M. Gimn., 11. o.t.)