

A feladat feltételeiből következik, hogy $n \geq 3$. Az $n = 3$ esetben a három nem egy egyenesen lévő pont meghatároz egy háromszöget, tehát az egyenesek száma is három. Teljes indukcióval bebizonyítsuk, hogy n pont legalább n egyenest határoz meg. Tegyük fel, hogy a feladat állítása $n - 1$, a feltételeknek megfelelő pontra igaz. Tekintsünk a síkon n különböző nem egy egyenesen lévő pontot, és vegyünk ki közülük $(n - 1)$ -et. Két eset lehetséges:

1. A kivett pontok egy egyenesre illeszkednek. Kössük össze az $n - 1$ pont mindegyikét az n -edikkel. Így kapunk $n - 1$ különböző egyenest, ami a kivett pontok egyenesével együtt pontosan n egyenest jelent.

2. Az $n - 1$ pont nincs egy egyenesen. Ekkor az indukciós feltevés szerint meghatároznak legalább $n - 1$ egyenest. Feltehetjük, hogy pontosan $n - 1$ egyenest határoznak (csak) meg, ugyanis máskülönben az indukciós lépésben nem lenne mit bizonyítanunk. Ez az $n - 1$ egyenes nem tarthat egy sugársorhoz, mert akkor mindegyik egyenes az $n - 1$ pont egyikére illeszkedne, ezért az egyenesek száma legfeljebb $n - 2$ lenne. Tekintsünk most egy, az eddigiektől különböző n -edik pontot. Ez nem lehet rajta az $n - 1$ pont meghatározta legalább $n - 1$ különböző egyenes mindegyikén, mert akkor azok egy sugársorhoz tartoznának, ez pedig, mint láttuk, nem lehetséges. Ezért lesz olyan pont az előbbi $n - 1$ között, amelyik az n -edikkel egy újabb egyenest határoz meg. Tehát legalább n egyenes jön létre.

Spanczer Ilona (Nagykanizsa, Batthyány Lajos Gimn., 8. o.t.)

Megjegyzések. 1. A sík (vagy a tér) egy pontján átmenő egyenesek halmazát sugársornak nevezzük.

2. A teljes indukcióval való bizonyítás módszerét nem ismerő olvasóink nehezen érthetik meg a leírt megoldást. Számukra azt ajánljuk, hogy az $n = 3$ esetből induljanak ki. Vegyenek föl egy negyedik pontot, és igazolják, hogy legalább négy egyenes létrejön. Ezt tudva mutassák meg, hogy öt nem egy egyenesen lévő pont meghatároz legalább öt egyenest és így tovább.