I. megoldás. Az a, illetve b sugarú kör az átfogót a P és Q pontokban metszi (lásd az *ábrát*). Az $x = PQ$ jelöléssel $a - x + x + b - x = c$, amiből

(1) $$x = a + b - c.$$

A beírt körhöz az A és B pontokból húzott érintőszakaszok $a - r$ és $b - r$, ezért $a - r + b - r = c$, rendezve az egyenletet

(2) $$2r = a + b - c.$$

(1) és (2)-ből következik a feladat állítása.

Rischák Rózsa (Hódmezővásárhely, Kertvárosi Ált. Isk., 8. o.t.)

Megjegyzés. A bizonyítás szempontjából teljesen mindegy, hogy melyik végpontból rajzoltuk meg az a, illetve b sugarú kört, azok helyzetére vonatkozóan semmit nem használtunk fel. A bizonyítás során csak $b - x$, illetve $a - x$ helyzete cserélődik fel.

II. megoldás. Az *ábrán* a $PB = a$ és $QA = b$ szakaszok úgy fedik le a c átfogót, hogy a PQ szakasz kétszeresen van lefedve, ezért $c = a + b - x$, így $x = a + b - c$.

Az ABC derékszögű háromszög $\frac{a \cdot b}{2}$ területe három O csúcsú háromszög területének összege, így

$$\frac{a \cdot b}{2} = \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2},$$

amiből $2r = \frac{2ab}{a+b+c}$. A feladat állításához azt kell bizonyítanunk, hogy $x = 2r$, azaz $a + b - c = \frac{2ab}{a+b+c}$. Rendezve: azzal, hogy $(a+b)^2 - c^2 = 2ab$, ahonnan $a^2 + b^2 = c^2$. Ez a Pitagorasz-tétel alapján igaz, amiből visszafelé következtetve a feladat állítását kapjuk.

Börzsönyi Ádám (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn., 9. évf.) és *Harangi Viktor* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)