Jelölje a kúp csúcsát A, magasságának talppontját C, a gömb középpontját O, sugarát ϱ, az alapkör sugarát r, és legyen $AO = x$.

A kúp térfogata: $V_k = \dfrac{r^2\pi m}{3}$.

A gömb térfogata: $V_g = \dfrac{4\varrho^3\pi}{3}$.

Így $\dfrac{V_g}{V_k}=\dfrac{4\varrho^3}{r^2m}$. Az ABC és az AOD derékszögű háromszögekből $r=(x+\varrho)\operatorname{tg}\alpha$; innen $x=\dfrac{\varrho}{\sin\alpha}$ helyettesítéssel

$$r=\operatorname{tg}\alpha\left(\frac{\varrho}{\sin\alpha}+\varrho\right)=\frac{\varrho(\sin\alpha+1)}{\cos\alpha},\qquad m=x+\varrho=\frac{\varrho}{\sin\alpha}+\varrho=\frac{\varrho(\sin\alpha+1)}{\sin\alpha},$$

ezért

$$\frac{V_g}{V_k}=\frac{4\varrho^3}{\left[\frac{\varrho(\sin\alpha+1)}{\cos\alpha}\right]^2\frac{\varrho(\sin\alpha+1)}{\sin\alpha}}=\frac{4\cos^2\alpha\sin\alpha}{(1+\sin\alpha)^3}=\frac{4\sin\alpha(1-\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}.$$

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Megjegyzés. A feladat eredményét más szögfüggvény felhasználásával is megkaphattuk volna. A különböző képletek egymásba alakíthatók a szögfüggvények közti összefüggések felhasználásával.