

Mivel pozitív tagú sorokról van szó, a konvergencia helyett elég a vele ekvivalens korlátosságot vizsgálni. Felhasználjuk, hogy tetszőleges  $x$  pozitív valós számra és  $n \geq 3$  egészre

$$x^{1-\frac{1}{\ln n}} < \frac{e^2}{n^2} + e^2 x. (1)$$

Ha ugyanis  $0 < x < \frac{1}{n^2}$ , akkor  $1 - \frac{1}{\ln n} > 0$  és  $x^{1-\frac{1}{\ln n}} < \left(\frac{1}{n^2}\right)^{1-\frac{1}{\ln n}} = \frac{e^2}{n^2}$ , ha pedig  $x \geq \frac{1}{n^2}$ , akkor  $x^{1-\frac{1}{\ln n}} \leq x \left(\frac{1}{n^2}\right)^{-\frac{1}{\ln n}} = e^2 x$ .

Legyen  $A = \sum_{n=2}^{\infty} a_n$ , ekkor (1) alapján, felhasználva, hogy  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} - \frac{5}{4} < 1$ ,

$$\sum_{n=2}^{\infty} a_n^{1-\frac{1}{\ln n}} < a_2^{1-\frac{1}{\ln 2}} + e^2 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2} + e^2 \sum_{n=3}^{\infty} a_n < a_2^{1-\frac{1}{\ln 2}} + e^2(A+1) < \infty.$$