

Vizsgáljunk meg egy, a feladat feltételeinek eleget tevő háromszöget. Legyen az  $ADC$  háromszög beírt körének középpontja  $O_1$ , a  $BDC$  háromszögé  $O_2$ , az  $ABC$  háromszög beírt körének középpontja pedig  $O$ . Az  $O_1O_2$  szakasz és a  $CD$  metszéspontja legyen  $F$ . A  $CO_1$  szakasz felezi a  $DCA$ , a  $CO_2$  pedig a  $DCB$  szöget, ezért az  $O_1CO_2 \sphericalangle = 45^\circ$ . Az  $O_1, O_2, C$  pontokon átmenő  $k$  kör  $C$  pontjából  $O_1O_2$   $45^\circ$ -os szögben látszik, és  $O_1O_2$  párhuzamos  $AB$ -vel. A  $k$  kört  $O$ -ból felnagyíthatjuk úgy, hogy a képe átmenjen az  $A, B$  pontokon, legyen ez a nagyított kör  $k'$ . A  $k'$  kör azon pontjaiból, amelyek  $AB$ -nek ugyanabban a félsíkjában vannak, mint a  $C$  csúcs, az  $AB$  szakasz  $45^\circ$ -os szögben látszik. Ennek ismeretében  $k'$  megszerkeszthető. Ha most a  $k'$  kört  $O$ -ból úgy kicsinyítjük, hogy átmenjen a  $C$  ponton, a  $k$  kört kapjuk, amely az  $AO$  és  $BO$  szögfelezőkből kimetszi az  $O_1$ , illetve  $O_2$  pontokat. Tekintve, hogy  $O_1$  és  $O_2$  ugyanakkora távolságra vannak  $CD$ -től,  $F$  az  $O_1O_2$  szakasz felezőpontja, ezért  $CF$  szerkeszthető, és  $CF$  kimetszi  $AB$ -ből a  $D$  pontot.

A feladatnak mindig egy megoldása van, mert  $O_1$  és  $O_2$ , de akkor  $F$  szerkesztése is egyértelmű.

*Katona Zsolt (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.)*

