

Színezzünk ki ugyanígy egy másik, ugyanekkora méretű szabályos n -szöget is. Rakjuk ezt az n -szöget az eredeti fölé úgy, hogy azonos színű csúcsok kerüljenek egymásra. Ezután forgassuk el a felső sokszöget rendre $\frac{2\pi}{n}$, $\frac{4\pi}{n}$, $\frac{6\pi}{n}$, \dots , $(n-1)\frac{2\pi}{n}$ szöggel. A $j \cdot \frac{2\pi}{n}$ szögű forgatás során néhány piros csúcs kék csúcs fölé került: legyen ezek száma k_j .

$k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} = p(n-p)$, mivel minden piros csúcs $n-p$ esetben került kék csúcs fölé. A k_1, k_2, \dots, k_{n-1} számok közül vegyük a legnagyobbat, legyen ez k_t . Ekkor:

$$(n-1)k_t \geq k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} = p(n-p).$$

Ebből: $k_t \geq \frac{p(n-p)}{n-1}$. Felhasználva, hogy $p < \frac{n+1}{2}$, kapjuk:

$$k_t \geq \frac{p(n-p)}{n-1} > \frac{p\left(n - \frac{n+1}{2}\right)}{n-1} = \frac{p}{2} \geq \left[\frac{p}{2}\right].$$

k_t egész, tehát:

$$k_t \geq \left[\frac{p}{2}\right] + 1.$$

Jelöljük meg a $t \cdot \frac{2\pi}{n}$ szögű forgatás során a piros csúcsok alá került kék csúcsokat, és a felettük lévő piros csúcsokat. Így két egybevágó, legalább $\left[\frac{p}{2}\right] + 1$ csúcsú sokszöghöz jutunk, amelyek közül az egyiknek minden csúcsa piros, a másiknak minden csúcsa kék. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján