A tortát K ember között kell elosztani, egy ember $\dfrac{N^3}{K}$ kis kockát kap, és $\dfrac{6N^2}{K}$ darab 1×1-es csokoládébevonatot. Ezeknek a törteknek egész számoknak kell lenniük, ezért ha K prím, akkor K osztója lesz N-nek.

Először megmutatjuk, hogy a kívánt felosztás minden $K\ge 2$ természetes számra elvégezhető. Tegyük fel egyelőre, hogy $K\ge 4$, és legyen $K=N$. Vágjuk fel a tortát függőleges síkokkal L darab „függőleges szeletre". Az *ábra* bal oldalán lévő ilyen szeletet vastag vonallal rajzoltuk meg. A két szélső szelet $4K+K^2$, a többi (belső) szelet $4K$ bevonatot tartalmaz. Minden „függőleges szelet" K darab függőleges oszlopra vágható szét. Ezeket az oszlopokat három csoportba oszthatjuk: sarokoszlopok, fedőlapjukon S jelöléssel, élközép-oszlopok, fedőlapjukon E jellel; belső oszlopok B jelöléssel. Egy E jelű oszlopon K-val több bevonat van, mint egy B jelűn, egy S jelű oszlopon pedig K-val több, mint egy E jelűn. Ezután a tortát a K ember között úgy osztjuk el, hogy mindenki kap egy „függőleges szeletet", és az a kettő, aki szélső szeletet kapott, a neki jutó $K-2$ darab E jelű oszlopot elcseréli B jelűre azokkal, akik belső szeletet kaptak, vigyázva arra, hogy minden belső szeletben két oszlop cserélődjön ki. A csere lehetséges, mert $K\ge 4$ miatt $K-2$ belső szelet van, és minden belső szeletben legalább két B jelű oszlop van. A cserék után a bevonatok száma mindegyik osztozkodónál $6K$ lesz. Ugyanis a két szélső szeletnél a bevonatok száma $K(K-2)$-vel csökkent, a belső szeleteknél pedig $2K$-val növekedett.

Ha $K=2$, a tortát 8 kis kockára vágva mindketten 4 ugyanolyan darabot kapnak. Könnyen megoldható a $K=3$ eset is.

Mivel 1997 prím, és mint fent megállapítottuk, K osztója N-nek, a $K=1997$ esetben legalább 1997^3 részre kell vágni a tortát.

Birkner Tamás (Budapest, Deutsche Schule, 5. évf.)