Jelölésünk szerint $a = y + z$, $b = x + z$, $c = x + y$; és mivel $a \geq b \geq c$, azért $z \geq y \geq x$. A bizonyítandó egyenlőtlenségekbe a, b és c helyére $y + z$-t, $x + z$-t és $x + y$-t helyettesítve kapjuk, hogy

$$(y+z)z + (x+z)y + (x+y)x \geq \frac{(y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2}{2} \geq (y+z)x + (x+z)y + (x+y)z.$$

Elvégezve a szorzásokat és $(yz + xz + xy)$-t levonva kapjuk, hogy

$$x^2 + z^2 + xy + yz - xz \geq x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx.$$

A jobb oldali egyenlőtlenség ismert, közvetlenül adódik a nyilvánvaló $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0$ egyenlőtlenség átrendezéséből. A bal oldali egyenlőtlenséget átrendezve:

$$xy + yz - xz - y^2 \geq 0, \quad \text{azaz} \quad (z-y)(y-x) \geq 0.$$

Esetünkben ez is teljesül, mert $z - y \geq 0$ és $y - x \geq 0$ feltételünk szerint. Mivel ekvivalens átalakításokat végeztünk, ezzel az eredeti egyenlőtlenséget is beláttuk.

Az is látszik, hogy a jobb oldali egyenlőtlenségben csak szabályos háromszög esetén van egyenlőség, míg a bal oldaliban $y = x$ vagy $z = y$ esetén, azaz ha a háromszög b oldala valamelyik másikkal egyenlő.

Deli Lajos (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján