

Legyen $p = \frac{a}{b}$, $q = \frac{b}{c}$, $r = \frac{c}{d}$ és $s = \frac{d}{a}$. Ekkor a két egyenlet:

$$p + q + r + s = 6 \quad \text{és} \quad pq + qr + rs + sp = 8.$$

A második egyenletet szorzattá alakíthatjuk: $(p+r)(q+s) = 8$. Ekkor a $p+r = x$ helyettesítéssel az első egyenletből $q+s = 6-x$, így a második egyenletből $x(6-x) = 8$, azaz $-x^2 + 6x - 8 = 0$, így

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm 2}{-2},$$

vagyis a keresett összeg értéke 2, illetve 4 lehet.

Természetesen csak akkor teljes a megoldásunk, ha mutatunk olyan a, b, c, d számokat, amelyekre a keresett összeg valóban 2, illetve 4. Legyen először $a = b = 1$, $c = d = 2 - \sqrt{3}$, a másik esetben pedig $a = d = 2 + \sqrt{3}$, $b = c = 1$.

Papp Dávid (Budapest, Szent István Gimn., 10. évf.)