Jelöljük a háromszög átfogóját c-vel, területét pedig t-vel. Ismert, hogy minden háromszögben igaz a $2t = r \cdot (a+b+c)$ összefüggés (a bizonyítás leolvasható az ábráról), ezért mivel a háromszögünk derékszögű

$$r = \frac{a \cdot b}{a+b+c}, \qquad \text{azaz} \qquad \frac{2ab}{(a+b) \cdot r} = \frac{2\,(a+b+c)}{a+b}.$$

Így a bizonyítandó összefüggés a

$$2+\sqrt{2} \le \frac{2\,(a+b+c)}{a+b} < 4,$$

azaz a

$$\sqrt{2} \le \frac{2c}{a+b} < 2$$

alakot ölti. A jobb oldali egyenlőtlenség nyilvánvalóan következik a $c < a+b$ háromszög-egyenlőtlenségből. A bal oldali egyenlőtlenség ekvivalens a $2\,(a+b)^2 \le 4c^2$ egyenlőtlenséggel, amit Pitagorasz tételét felhasználva $(a+b)^2 \le 2\left(a^2+b^2\right)$ alakban is írhatunk. Ezt rendezve a mindig teljesülő $0 \le (a-b)^2$ egyenlőtlenséget kapjuk.

Minden lépésben ekvivalens átalakításokat végeztünk, ezért a feladatban szereplő mindkét egyenlőtlenséget igazoltuk.