Legyen a poliéder ötszöglapjainak száma n, a hatszöglapok száma pedig k. Euler ismert tétele szerint minden konvex poliéderre $l+c=e+2$, ahol l a lapok, c a csúcsok, e pedig az élek száma. A tétel alapján próbálunk n-re becslést adni. Mivel mindegyik csúcsból 3 él indul ki, a csúcsok száma $\frac{5n+6k}{3}$. Minden él két laphoz tartozik, ezért az élek száma $\frac{5n+6k}{2}$. Az Euler tételt alkalmazva:

$$n+k+\frac{5n+6k}{3}=\frac{5n+6k}{2}+2, \qquad \text{amiből} \quad n=12.$$

Ilyen test pl. a dodekaéder, ekkor a hatszögek száma nulla, vagy az a poliéder, amelyet a szabályos ikozaéder csúcsainak „lemetszésével" kapunk. Ha ez a lemetszés úgy történik, hogy minden csúcs levágásakor egy szabályos ötszög, a lapokból pedig szabályos hatszög keletkezik, akkor ez a test „felfújva" a focilabda, amelyről a közelmúltban a KöMaL-ban is olvashattunk. (Ábráját lásd az 1996/4. sz. hátsó borítóján.) Ilyen térbeli szerkezetűnek képzelik el a szén nemrég felfedezett 3. allotróp módosulatát, a C_{60}-at. A feladatban szereplő poliédernek megfelelő térbeli szerkezetű a többi fullerén is.

Deli Lajos (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 8. o.t.)

Megjegyzés. Juhász András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) ötszöglapok helyett m-szögekre is megvizsgálta a feladatot, és megállapította, hogy csak $m<6$-ra létezhet a keresett poliéder. Az $m=4$ esetre példa lehet a kocka vagy a hatszögalapú hasáb, az $m=3$ esetre pedig a tetraéder. Azt is megállapította, hogy ha egy poliéder minden csúcsából 3 él indul ki, akkor nem lehet minden lapja hat vagy annál több oldalú.