Jelöljük az AD és $B'C'$ szakaszok metszéspontját F-fel, a BAC szög felezőjének és a háromszög BC oldalának metszéspontját E-vel, a háromszög oldalainak hosszát pedig a szokásos módon a, b, c-vel.

Ha $b = c$, akkor az állítás nyilvánvaló. A továbbiakban feltesszük, hogy $b < c$; a $b > c$ esetben is ugyanúgy láthatnánk be az állítást. Menelaosz tételének megfordítását (lásd pl. *Horvay-Reiman: Geometriai feladatok gyűjteménye I.* kötet, 1261. feladat) fogjuk alkalmazni az AED háromszögre és az A', O, F pontokra.

A szögfelezőtétel szerint $\frac{BE}{EC} = \frac{c}{b}$, és mivel $BE + EC = a$, ezért $BE = \frac{ac}{b+c}$ és $EC = \frac{ab}{b+c}$. A háromszög csúcsaiból a beírt körhöz húzott érintőszakaszok BD, illetve CD, ezért $BD = \frac{a+c-b}{2}$ és $CD = \frac{a+b-c}{2}$. Ezekből az összefüggésekből valamint a $b < c$ feltételből következik, hogy a B, A', E, D, C pontok az ábrán látható sorrendben helyezkednek el a BC egyenesen. Ezért

$$\frac{DA'}{A'E} = -\frac{BD - BA'}{BE - BA'} = -\frac{\frac{a+c-b}{2} - \frac{a}{2}}{\frac{ac}{b+c} - \frac{a}{2}} = -\frac{b+c}{a}.$$

Az F pont rajta van az ABC háromszög $B'C'$ középvonalán, ezért

$$\frac{AF}{FD} = 1.$$

Végül az OD szakasz merőleges BC-re, tehát párhuzamos az ABC háromszög A-hoz tartozó magasságával. Így a párhuzamos szelők tétele szerint

$$\frac{EO}{OA} = \frac{OD}{m_a - OD} = \frac{r}{m_a - r} = \frac{\frac{2t}{a+b+c}}{\frac{2t}{a} - \frac{2t}{a+b+c}} = \frac{a}{b+c}$$

(r és t az ABC háromszögbe írható kör sugarát, illetve a háromszög területét jelöli). Ezekből az egyenlőségekből kapjuk, hogy

$$\frac{AF}{FD} \cdot \frac{DA'}{A'E} \cdot \frac{EO}{OA} = 1 \cdot \left(-\frac{b+c}{a}\right) \cdot \frac{a}{b+c} = -1,$$

vagyis az F, A' és O pontok egy egyenesen vannak, ami éppen a bizonyítandó állítás.

Dályay Virág (Szeged, Radnóti M., Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A feladatra többféle megoldás is érkezett: vektorok, koordináta-geometria, affinitás, illetve különböző tételek felhasználásával.