I. megoldás. Tegyük fel, hogy a polinomnak van $2n$ darab pozitív gyöke: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{2n}$. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés szerint: $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{2n} = 2n$ és $\alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_{2n} = 1$. A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alapján:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{2n}}{2n} \geq \sqrt[2n]{\alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_{2n}}.$$

Egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_{2n}$. Mivel az egyenlőtlenség mindkét oldalának az értéke 1, azért valóban, $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_{2n} = 1$.

Ám a feladatbeli polinomnak nem gyöke az 1, hiszen

$$1^{2n} - 2n \cdot 1^{2n-1} + 2n \cdot 1^{2n-2} - \cdots + 2n \cdot 1^2 - 2n \cdot 1 + 1 = 2 - 2n \neq 0.$$

Ezzel ellentmondásra jutottunk, tehát a feladat állítását igazoltuk.

II. megoldás. *Surányi László:* Algebra című könyvének a 144. oldalán található 22. feladat állítása alapján, ha egy n-edfokú valós együtthatós polinomnak n valós gyöke van, akkor együtthatóira fennáll a $2a_{n-1} \cdot a_{n-3} \leq a_{n-2}^2 + 2a_n a_{n-4}$ egyenlőtlenség. (x^i együtthatója a_i.) Ez a feladatbeli polimonra triviálisan nem teljesül, így a polinomnak még $2n$ darab valós gyöke sincs.

Lippner Gábor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján