Először megmutatjuk, hogy ha n pozitív egész, akkor $\cos n\alpha$ megadható $\cos\alpha$ n-edfokú, egész együtthatós polinomjaként, amelynek főegyütthatója 2^n. Pontosabban az alábbi, ezt tartalmazó állítást fogjuk belátni teljes indukcióval.

Ha n pozitív egész, akkor $\cos(n\alpha) = f_n(\cos\alpha)$, és $\sin(n\alpha) = \sin\alpha g_n(\cos\alpha)$, ahol $f_n(x)$ n-edfokú, $g_n(x)$ pedig $(n-1)$-edfokú egész együtthatós polinom, amelynek főegyütthatója 2^n.

$n = 1$-re az $f_1(x) = x$ és $g_1(x) = 1$ választással igaz az állítás. Tegyük fel, hogy $n = (k-1)$-re igaz, ebből bizonyítjuk az állítást $n = k$-ra:

$$\begin{aligned}\cos(k\alpha) &= \cos\alpha\cos((k-1)\alpha) - \sin\alpha\sin((k-1)\alpha) = \\ &= \cos\alpha f_{k-1}(\cos\alpha) - \sin^2\alpha g_{k-1}(\cos\alpha) = \\ &= \cos\alpha f_{k-1}(\cos\alpha) + \cos^2\alpha g_{k-1}(\cos\alpha) - g_{k-1}(\cos\alpha).\end{aligned}$$

Ez $\cos\alpha$-nak nyilván n-edfokú polinomja, mert $\cos\alpha f_{k-1}(\cos\alpha)$ és $\cos^2\alpha g_{k-1}(\cos\alpha)$ is az, $g_{k-1}(\cos\alpha)$ foka pedig kisebb, mint n. A polinom főegyütthatója az indukciós feltevés felhasználásával $2^{k-1} + 2^{k-1} = 2^k$. A fenti rekurzióból az is látszik, hogy $f_k(x)$ egész együtthatós.

A $\sin(n\alpha)$-ra vonatkozó állítás másik fele hasonlóan igazolható:

$$\begin{aligned}\sin(k\alpha) &= \cos((k-1)\alpha)\sin\alpha + \cos\alpha\sin((k-1)\alpha) = \\ &= \sin\alpha(f_{k-1}(\cos\alpha) + \cos\alpha g_{k-1}(\cos\alpha)).\end{aligned}$$

A zárójelben lévő összeg $(n-1)$-edfokú egész együtthatós polinom, amelynek főegyütthatója $2^{n-1} + 2^{n-1} = 2^n$.

A most belátott egyenlőségek segítségével (1) így is írható:

$$f_{n_1}\left(\frac{1}{p_1}\right) + f_{n_2}\left(\frac{1}{p_2}\right) + \cdots + f_{n_{k-1}}\left(\frac{1}{p_{k-1}}\right) = f_{n_k}\left(\frac{1}{p_k}\right).$$

Szorozzuk meg az egyenlőség mindkét oldalát $p_1^{n_1}p_2^{n_2}\dots p_k^{n_k}$-nal. Az így kapott egyenlet mindkét oldalán egészekből álló összeg szerepel. Mindkét összeg minden tagja osztható p_1-gyel, kivéve az $f_{n_1}\left(\frac{1}{p_1}\right)$ polinom n_1-edfokú tagjának $p_1^{n_1}p_2^{n_2}\dots p_k^{n_k}$-szeresét, ami $2^{n_1}p_2^{n_2}\dots p_k^{n_k}$ az előzőek szerint. Így az egyenlet egyik odala osztható p_1-gyel, a másik nem.

Nincs tehát a feladatnak megfelelő n_1, n_2, $\dots$, n_k szám k-as.