

Megmutatjuk, hogy az állítás igaz. Jelöljük a sokszög csúcsait $A_1, A_2, \dots, A_{1997}$ -tel, a csúcsoknál lévő szöget pedig α -val. Az $A_i A_{i+2}$ húr az A_{i+1} csúcsból α szögben látszik ($i = 1, 2, \dots, 1997$, az indexeket modulo 1997 számolva), A_{i+1} mindig a rövidebbik $A_i A_{i+2}$ íven van, mert α tompaszög, ezért az $A_i A_{i+2}$ húrok mind egyenlő hosszúságúak, és a rövidebb $A_i A_{i+2}$ körívek is mind egyenlő hosszúságúak. A továbbiakban PQ -val jelöljük a kör P és Q pontjai által meghatározott rövidebb körív hosszát.

Mivel $A_1 A_3 = A_2 A_4$, azért a hosszabbik $A_1 A_3$ és $A_2 A_4$ ívek is egyenlő hosszúságúak, vagyis

$$\begin{aligned} A_3 A_4 + A_4 A_5 + \dots + A_{1996} A_{1997} + A_{1997} A_1 &= \\ &= A_4 A_5 + \dots + A_{1997} A_1 + A_1 A_2, \end{aligned}$$

amiből kapjuk, hogy $A_3 A_4 = A_1 A_2$. Az ennek megfelelő egyenlőséget a hosszabbik $A_i A_{i+2}$ és $A_{i+1} A_{i+3}$ ívekre felírva kapjuk, hogy

$$A_{i+2} A_{i+3} = A_i A_{i+1}$$

minden i -re, vagyis minden második rövid ív hossza megegyezik. De mivel páratlan sok rövid ívünk van, ez egyúttal azt is jelenti, hogy minden rövid ív hossza megegyezik. Ebből viszont következik, hogy a körbe írható sokszögünk minden oldala egyenlő hosszúságú, tehát a sokszög szabályos.

Megjegyzés. A bizonyításunk minden körbe írható páratlan oldalú sokszög esetén alkalmazható. Páros oldalú sokszög esetén viszont feltételeinkből nem következik a szabályosság. A legegyszerűbb ellenpélda egy téglalap, de ellenpélda a 2. ábrán látható hatszög is, általában pedig egy olyan $2n$ -szög, amit úgy kapunk, hogy egy szabályos n -szöget a középpontja körül $\frac{180^\circ}{n}$ -nél kisebb szöggel elforgatunk, majd pedig tekintjük az eredeti sokszög és az elforgatottja csúcsai által meghatározott konvex sokszöget.

